Sammlung

algebraischer Aufgaben,

welche,

angepaßt sowohl dem süddeutschen als auch dem norddeutschen Münzsysteme,

aus mehr als 1200 Beispielen sammt den Auflösungen besteht, und worunter sich sehr viele Musteraufgaben mit deren ausführlichen Auflösungen befinden,

für Schulen und zum Selbststudium

von

Dr. Fr. X. Pollak,

Professor der Mathematik und Naturgeschichte am königl. Lyceum zu Dillingen.

Der

Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben

Zweite Abtheilung.

Zweite, verbesserte Auflage.

Augsburg.

Verlag der Matth. Rieger'schen Buchhandlung.

1850.

Vorwort
zur ersten Auflage.

Aufgemuntert durch den mehrseitig geäußerten Wunsch, meiner Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben (Augsburg bei Himmer 1840), die versprochene Fortsetzung, welche die praktischen, mehr ansprechenden Aufgaben enthalten sollte, bald nachfolgen zu lassen, übergebe ich nun dieselbe dem mathematischen Publikum.

Es genügt allerdings, wie auch dieser Wunsch zu erkennen gibt, nicht, wenn der Schüler nur einseitig geübt, nur mit trockenen mathematischen Formen und Umformungen, nur mit sogenannten theoretischen Aufgaben geplagt, — gelangweilt wird: er muß auch, damit sein Wissen praktischen Werth bekomme, und zugleich sein Studiereifer warm erhalten werde, seine Theorie auf praktische Fälle anwenden, d. h. diese den entsprechenden mathematischen Grund- oder Lehrsätzen anpassen lernen.

Dann, wenn der Vortrag über Mathematik weder die rein-theoretische, noch auch die rein-praktische Richtung befolgt, sondern beide mit einander vereinigt, hält er an den Mittelschulen, für welche diese Aufgaben bestimmt sind, die rechte Mitte. — Nur auf diese Weise dürfte die Hieroglyphenschrift der Mathematik dem Schüler minder abschreckend und der dunkle Schleier, welcher, wie man zu sagen pflegt, nur von den Eingeweihten, nur von den für die Mathematik Geborenen zu heben sei, wenn er sogleich ganz nicht verschwindet, wenigstens sehr durchsichtig erscheinen. — Da man sich überdieß bei jedem neuen Schritte von der Nützlichkeit und Anwendbarkeit der trockenen Theorie

überzeugt, so wird sich jener Widerwille gegen das Studium der Mathematik, an welchem noch mancher Schüler kränkelt, gar bald in Lust und Freude verwandeln.

Gleichwie man bei der Erlernung irgend einer fremden Sprache zuerst die Buchstaben kennen lernt, dann allmälig sich Kenntniß von Wörtern und deren Abänderungen verschafft, ehe man sich an kleinere Sätze oder ganze Perioden wagt; und gleichwie hier stets die zweifachen Uebungen, Uebersetzungen aus der fremden in die Muttersprache und umgekehrt aus dieser in jene, vorgenommen werden, und diese Doppelübung gleichheitlich so lange fortgesetzt wird, bis der Schüler das Verhältniß und den Nexus beider Sprachen kennen gelernt hat und in den Geist der fremden Sprache so weit eingedrungen ist, daß er ohne Anleitung sich selbst weiter forthelfen kann: ebenso ist auch der angehende Mathematiker zuerst mit den Charakteren der mathematischen Sprache, dann mit deren einfachen Verbindungen und Umwandlungen bekannt zu machen, bevor ihm ganze Sätze oder verwickelte Aufgaben vorgelegt werden; ebenso hat sich auch dieser gleichzeitig sowohl im Uebersetzen aus der mathematischen Sprache in die bürgerliche als auch umgekehrt aus dieser in jene vielfach zu üben. Und sowie dort der Grammatik eigene Uebungsbücher in dieser doppelten Beziehung beigegeben und in öffentlichen Schulen eingeführt sind, so sollen auch hier neben der mathematischen Grammatik solche Uebungsbücher allseitig und gleichheitlich gebraucht werden.

Es ist bekannt, daß in der Regel der Schüler die Uebersetzungen aus der fremden in die Muttersprache weit leichter und richtiger als umgekehrt ausführt, und erst wenn er in jener Art zu vertiren einige Fertigkeit erlangt hat, auch in dieser sich zurecht findet. — Ebenso verhält es sich bei der

Mathematik. Mit Leichtigkeit lernt der Schüler die mathematischen Gesetze und Formen unterscheiden und in seiner Muttersprache wiedergeben; aber weit mehr Schwierigkeiten scheinen für ihn im umgekehrten Verfahren, in der Formirung des mathematischen Ansatzes, besonders einer etwas zusammengesetzten Aufgabe zu liegen. Er wird jedoch dann, wenn er in der erstern Uebersetzungsart gut bewandert ist und hierauf durch einfachere Beispiele in die andere allmälig hineingeführt wird, auch bei dieser sehr bald mit der nöthigen Umsicht zu Werke gehen.

Vorliegende Sammlung enthält Aufgaben für beide Uebersetzungsarten, so daß zusammengesetztere und schwierigere Aufgaben immer auf die einfachern und leichtern folgen.

Der erste Abschnitt enthält einfache Fragen, welche zunächst als leichtere Uebungen im Uebersetzen aus der deutschen oder Wortsprache in die mathematische dienen sollen; aber auch, da die Antworten, und zwar darum absichtlich, am Ende jeden Paragraphes beigefügt sind, den umgekehrten Gebrauch zulassen.

Die Beispiele des zweiten Abschnittes sind zum Uebersetzen aus der mathematischen in die Wortsprache bestimmt, und begreifen sowohl einfache als auch zusammengesetzte Sätze in sich. — So oft hier das Doppelzeichen $\pm$ vorkömmt, sind zwei gesonderte Uebersetzungen zu geben, von welchen die eine dem obern und die andere dem untern Zeichen entsprechen soll.

Der dritte Abschnitt endlich enthält zusammengesetztere Aufgaben, welche aus der stets umständlichern und dunklern Wortsprache in das einfachere Gewand eines mathematischen Satzes (Grundsatzes) zu bringen sind.

Da für diese Operation keine andern Regeln gelten, als: die gegebene Aufgabe recht oft zu lesen, um den Sinn der-

selben ganz zu erfassen, und die beiden Seiten der zu erhaltenden Gleichung auszumitteln; hierauf den noch unbekannten Größen Namen oder Zeichen zu geben, und dann dieselben wie bekannte oder gegebene zu behandeln; da diese Regeln aber sehr allgemein sind, und eben darum der Schüler bei der Formirung des Ansatzes auf manche Schwierigkeiten stößt, welche ihn nicht selten entmuthigen: so habe ich mehrern Aufgaben die vollständige Auflösung beigefügt, um so diese Sammlung allgemein — auch zum Selbststudium — brauchbar zu machen, und um dem öfters strauchelnden Schüler mehr Anhaltspunkte zu einer leichtern und sichern Fortbewegung zu geben.

Wenn eine Aufgabe sowohl mit Hilfe von n als auch von (n — 1) unbekannten Größen zu lösen ist, so soll der Schüler zuerst dieselbe mit Hilfe von n unbekannten lösen, weil hier die Formation leichter ist; alsdann aber möge er die Auflösung auch mit Hilfe von (n - 1) Unbekannten versuchen. Man findet in dieser Sammlung mehre Aufgaben der Art mit Sternchen markirt, welche weder der Lehrer noch auch der Schüler unbeachtet lassen möge.

Betreffend das am Ende angeführte Verzeichniß von den Fehlern im ersten Bande, erstatte ich allen Jenen, welche durch gütige Mittheilungen hierüber mich beehrt hatten, den verbindlichsten Dank, mit der Bitte, mir ferner dieselbe Nachsicht und Güte zu Theil werden zu lassen.

Endlich bemerke ich noch, daß im ersten Bande pag. 143 die Aufgaben Nro. 39 und 40 absichtlich, mit Beziehung auf die vorhergehende Frage 5, so gegeben worden seien.

Dilingen im Juni 1842.

Der Verfasser.

Vorwort
zur zweiten Auflage.

Diese Auflage hat wesentliche Veränderungen nicht, wohl aber mehrere Verbesserungen erhalten.

Da meine Aufgaben-Sammlung den Hauptabsatz nach Norddeutschland hin hat, so glaubte ich den dortigen Lehrern und namentlich den Lernenden einen Gefallen dadurch erweisen zu müssen, daß ich die Aufgaben dieser Abtheilung zugleich dem norddeutschen Münzsysteme anpaßte.

So oft nämlich in einer Frage oder Aufgabe verschiedene Münzsorten, z. B. Gulden und Kreuzer, vorkommen, habe ich, den Bedingungen der Aufgabe entsprechend, auch Thaler und Silbergroschen innerhalb Klammern angegeben, so daß der Norddeutsche die Geldsorten innerhalb, und der Süddeutsche die Geldsorten außerhalb jener Klammern zu nehmen hat, falls nicht absichtlich der Selbstübung wegen, das Umgekehrte vorgezogen werden sollte.

Hiernach bedeutet z. B. die Frage 26. Seite 11 für den Norddeutschen: „Jemand bezahlt 3 Thaler 6½ Silbergroschen für ein Loth Gewürz; was würden hievon n Centner kosten?“ — und für den Süddeutschen: „Jemand bezahlt 1 Gulden 36 Kreuzer 2 Pfennig für ein Loth Gewürz; u. s. w.“

Ferner lautet die Frage 9. Seite 18 für den Norddeutschen: „Wie viele Silbergroschen geben 30 Thaler, wenn

sie in Potenzform ausgedrückt werden?" — und für den Süddeutschen: „Wie viele Kreuzer geben 60 fl., wenn u. s. w."

Kommen dagegen in einer Frage oder Aufgabe einerlei Münzsorten, z. B. nur Karolin, nur Dukaten, nur Gulden oder nur Kreuzer u. dgl. vor, so wurde eine weitere Bezeichnung oder eine Reduktion für überflüssig gehalten, weil hier die Namen der Münzen gegen einander vertauscht werden können, wenn nur immer dieselbe Anzahl beibehalten wird. — Daher z. B. die Aufgabe 64. Seite 68 auch heißen könnte: „A und B theilen 143 Thaler so unter einander, daß A so oft 5 Thaler erhält, als B 6 Thaler. Wie viel erhält jeder?" —

Ebenso kann Aufgabe 120. Seite 83 auch heißen: „Ein Vater schickt seinen Sohn mit Aepfeln auf den Markt, mit dem Auftrage, je 3 Aepfel für 2 Silbergroschen zu verkaufen. Der Sohn konnte nur 60 von den größern Aepfeln zu diesem Preise anbringen, und bei den übrigen mußte er je 9 Aepfel für 4 Silbergroschen geben. Auf diese Weise brachte er 40 Silbergroschen weniger nach Hause, als der Vater erwartet hatte. Wie viele Aepfel verkaufte der Sohn?"

Durch diese Zuthat dürften meine Aufgaben den Nord- und Süddeutschen gleich willkommen sein. — Möchten sie Jeden auch gleich erfreuen! —

Dilingen im November 1849.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichniß.

I. Abschnitt.

Uebungen in der Formation einfacher mathematischer Sätze.

		Seite
§. 1.	Summen	1
§. 2.	Differenzen	5
§. 3.	Produkte	9
§. 4.	Quotienten	12
§. 5.	Potenzen	18
§. 6.	Radicirungen	21
§. 7.	Logarithmirungen	24
§. 8.	Verhältnisse und Proportionen	27
§. 9.	Gemischte Beispiele	33

II. Abschnitt.

Uebungen im Uebersetzen einfacher und zusammengesetzter mathematischer Sätze.

§. 10.	a. Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten	47
	b. Potenzen und Wurzeln	48
	c. Logarithmen	50
	d. Gleichungen	51

III. Abschnitt.

Uebungen in der Formation zusammengesetzter mathematischer Sätze.

§. 11.	Aufgaben zu Gleichungen vom ersten Grade.	
	A. Mit einer unbekannten Größe	54
	B. Mit mehreren unbekannten Größen	104

Seite

§. 12. Bildung quadratischer Gleichungen, wenn deren Wurzeln gegeben sind.
a. Von rein=quadratischen Gleichungen 144
b. Von nichtreinquadratischen Gleichungen 146

§. 13. Aufgaben zu Gleichungen vom zweiten Grade.

A. Ueber rein=quadratische Gleichungen.
1. Mit einer unbekannten Größe 149
2. Mit mehreren unbekannten Größen 155

B. Ueber nichtreinquadratische Gleichungen.
1. Mit einer unbekannten Größe 159
2. Mit mehreren unbekannten Größen 169

§. 14. Aufgaben zu Gleichungen von der Form $x^{2m} + a x^m = b$. 175
§. 15. Unbestimmte Aufgaben 179
§. 16. Aufgaben zu logarithmischen Gleichungen 198
§. 17. Aufgaben über Progressionen.
A. Ueber arithmetische Progressionen 208
B. Ueber geometrische Progressionen 219
§. 18. Aufgaben über Combinationslehre und über Wahrscheinlichkeits=Rechnung.
a. Ueber Permutationen 239
b. Ueber Combinationen 241
c. Ueber Variationen 243
d. Ueber Wahrscheinlichkeits=Rechnung 244

I. Abschnitt.

Uebungen in der Formation einfacher mathematischer Sätze.

§. 1. Summen.

a. Fragen.

1. Wie heißt die Summe, welche aus den zwei Summanden (Größen oder Zahlen) **a** und **b** besteht?

2. Wie viel betragen die drei Größen **a**, **b** und **c** zusammen?

3. Welche Zahl ist um 5 größer als die Zahl **m**?

4. Die Zahl **a** wird von einer andern Zahl um 10 übertroffen; wie heißt nun diese?

5. Wenn **m** irgend eine ganze gerade Zahl bedeutet, wie heißt dann die nächst höhere ganze gerade Zahl?

6. In der natürlichen Zahlenreihe sei **x** irgend eine ungerade Zahl; wie heißt nun die auf sie folgende (nächst höhere) gerade Zahl?

7. Wie muß man statt 26 schreiben, wenn man so schreibt, wie man spricht?

8. Wie schreibt man die römische Zahl VI mit denselben zwei gleichbedeutenden arabischen Ziffern?

9. In der linken Hand habe ich um 8 fl. mehr als in der rechten; wie viele Gulden werde ich nun in jener haben, wenn sich in dieser **b** fl. befinden?

10. Als Geburtstags-Geschenk erhielt ich von meiner Mutter 3 fl. weniger als von meinem Vater. Wie viele Gulden gab mir also dieser, wenn ich von jener **c** fl. erhielt?

11. Im Winter-Semester hatte ein Schüler den ersten Fortgangsplatz; wegen einer Krankheit aber, die ihn im Sommer-Semester längere Zeit hindurch am Schulbesuche verhinderte, erhielt er einen um n Plätze tiefern jährlichen Fortgangsplatz. Der wie vielte wurde er also aus dem ganzen Jahre?

12. A reis't von München nach Wien und B von Wien nach München. Als sie sich begegnen, hatte A 12 Meilen mehr als B zurückgelegt, indem dieser nur x Meilen gemacht hatte. Wie weit ist demnach Wien von München entfernt?

13. Ich denke mir zwei Zahlen; wie kann man deren Summe ausdrücken, ohne weder die eine, noch die andere der beiden Zahlen wirklich zu kennen?

14. Wenn Jemand sein Vermögen um 400 fl. verbessert; wie viele Gulden besitzt er dann?

15. Mein Bruder ist um zwei Jahre älter, als meine Schwester; wie alt ist nun jedes derselben?

16. Ein Tisch ist um einen Fuß länger als breit; wie lang und wie breit wird er nun sein?

17. Von einem Regimente sind 200 Mann beurlaubt; wie stark ist wohl das vollzählige Regiment?

18. Jemand gibt von seiner monatlichen Besoldung 17 fl. aus, worauf ihm noch b fl. bleiben; wie groß war seine Monats-Besoldung?

19. Jemand wurde im vorigen Jahrhunderte geboren und lebte in dem gegenwärtigen zehn Jahre länger als im vorigen. Wie alt ist er geworden, wenn er vom vorigen Jahrhunderte noch m Jahre erlebte?

20. Jemand kaufte drei Pferde und bezahlte für den Schimmel 20 fl. mehr als für den Rappen, während dieser um 40 fl. höher, als der Fuchs zu stehen kam. Was kosteten nun alle drei Pferde zusammen?

21. Jemand hat a fl. als Capital angelegt, wofür ihm der Schuldner jährlich p fl. Zins zu bezahlen hat. Der Gläubiger kündigt aber schon am Ende des ersten Jahres dieses Capital auf; wie viel hat also der Schuldner baar zu erlegen?

22. Jemand will ein Haus bauen lassen und verlangt deß-

halb einen Voranschlag über sämmtliche Baukosten. Wenn nun diese den Voranschlag um 280 fl. überstiegen, so entsteht die Frage, wie hoch der ganze Bau kam?

23. Jemand kauft Getreide; verkauft es aber sogleich wieder und zwar mit 60 fl. Gewinn; wie viel betrug nun die Verkaufs-Summe?

24. Wie alt wird derjenige, welcher jetzt n Jahre alt ist, nach 25 Jahren sein?

25. Ich bin gegenwärtig um 3 Jahre älter, als mein Bruder; wie alt wird dieser, und wie alt werde ich nach 16 Jahren sein, wenn wir beide so lange leben?

26. Ein Diener erhält jährlich 40 fl. Lohn nebst einer bereits tarirten Livree; wie viele Gulden macht Beides zusammen?

27. Ein Gelehrter erhielt nach 6 Jahren Dienteszeit eine Gehaltserhöhung von a Gulden und nach abermals 6 Jahren eine neue Gehaltszulage von b fl. Wie groß war dann seine Jahresbesoldung?

28. Jemand kauft eine Waldung, bezahlt a fl. baar, hat b fl. nach einem Jahre und den Rest nach zwei Jahren zu bezahlen. Wie heißt nun die Ankaufs-Summe?

29. Von Paris reitet ein Courier nach Wien. Zehn Stunden nach dessen Abreise wird ein anderer Courier abgeschickt mit dem Auftrage, jenen einzuholen. Wie lange war nun der erste auf dem Marsche, wenn ihn der zweite nach x Stunden erreichte?

30. Von der Stadt A, welche an einem schiffbaren Flusse liegt, geht ein Dampfschiff ab, und von einem, 6 Meilen von A stromaufwärts gelegenen Orte B geht ein anderes schneller fahrendes ab. Das erste hatte m Meilen zurückgelegt, als es an dem Orte seiner Bestimmung ankam, während in derselben Zeit das letztere noch 3 Meilen weiter stromabwärts fuhr. Wie viele Meilen beträgt nun der von dem letztern zurückgelegte Weg?

31. Nach 5 Jahren wird meine Schwester gerade so alt sein, als ich jetzt bin. Wie alt ist sie dann, und wie alt jetzt?

32. Meine jüngste Schwester wird erst nach 7 Jahren so alt, als ich schon vor zwei Jahren war. Wie alt wird sie dann sein, da sie vor 2 Jahren erst n Jahre zählte?

33. Jemand hat eine silberne und eine goldene Münze — letztere ist 16 fl. mehr werth als erstere; — außerdem besitzt er auch noch eine Banknote, die so viel werth ist, als beide Münzen zusammen. Wie groß ist nun seine ganze Baarschaft?

34. Jemand hat im Spiele all' sein Geld verloren, und ist überdieß dem ersten Spieler a fl. und dem zweiten b fl. schuldig. Wie viele Gulden muß er vom Wirthe entlehnen, um seine Schulden bezahlen zu können; und wie viel hat er im Ganzen verspielt?

b. Antworten.

1) $a + b$.
2) $a + b + c$.
3) $m + 5$.
4) $a + 10$.
5) $m + 2$.
6) $x + 1$.
7) $6 + 20$.
8) $5 + 1$.
9) $(b + 8)$ fl.
10) $(c + 3)$ fl.
11) Der $(n + 1)$te.
12) $(2x + 12)$ Meilen.
13) Durch $(x + y)$.
14) $(x + 400)$ fl.
15) Die Schwester x und der Bruder $(x + 2)$ Jahre.
16) x Fuß breit und $(x + 1)$ Fuß lang.
17) $(x + 200)$ Mann.
18) $(b + 17)$ fl.
19) $(2m + 10)$ Jahre.
20) $(3x + 100)$ fl.
21) $(a + p)$ fl.
22) $(x + 280)$ fl.
23) $(x + 60)$ fl.
24) $(n + 25)$ Jahre.
25) Mein Bruder $(x + 16)$ und ich $(x + 19)$ Jahre.
26) $(x + 40)$ fl.

27) $(x + a + b)$ fl.
28) $(a + b + x)$ fl.
29) $(x + 10)$ Stunden.
30) $(m + 9)$ Meilen.
31) Dann $(x + 5)$ und jetzt x Jahre.
32) $(n + 9)$ Jahre.
33) $(4x + 32)$ fl.
34) Er hat $(a + b)$ fl. zu entlehnen und $(x + a + b)$ fl. verspielt.

§. 2. Differenzen.

a. Fragen.

1. Wenn der Subtrahend a und der Minuend b heißt, wie groß ist dann die Differenz?

2. Wenn ich die Zahl a um m vermindere, wie heißt dann die so verminderte Zahl?

3. Welche Zahl ist um 7 kleiner als die Zahl m.

4. Wie schreibt man die römische Zahl IX mit Hilfe der zwei gleichbedeutenden arabischen Ziffern?

5. Wenn ich um 6 fl. mehr eingenommen hätte, so würde die heutige Einnahme der gestrigen, welche in x fl. bestand, gleich sein. Wie groß ist nun meine heutige Einnahme?

6. Wenn die Summe zweier Zahlen a und der eine der beiden Summanden b ist; wie groß ist dann der andere?

7. Um wie viel muß man die Zahl a vergrößern, damit man b zur Summe erhält?

8 Ich denke mir unter m eine ungerade ganze Zahl; wie groß muß nun die nächst kleinere ungerade ganze Zahl sein?

9. Ich habe a fl. und sollte b fl. haben; wie viele Gulden gehen mir also noch ab?

10. Wie viele Loth Kupfer enthält *eine* Mark n löthigen Silbers?

Anmerkung. Unter einer Mark Silber versteht man ein Gewicht von 16 Loth; und unter 10, 11, 12 u. s. f. löthigem Silber ein solches, das in jeder Mark 10, 11, 12 u. s. f. Loth reines Silber und 6, 5, 4 u. s. w. Loth Kupfer als Zusatz enthält.

11. Wenn der Minuend a und die Differenz b heißt, wie groß muß dann der Subtrahend sein?

12. Wie viel darf ich von a fl. ausgeben, um noch b fl. zu behalten?

13. Jemand hat keinen ganzen Thaler (à 30 Neugroschen) tägliches Einkommen, und doch braucht er Tag für Tag zu seinem Unterhalte einen ganzen Thaler. Wie viele Neugroschen bleibt er also täglich schuldig?

14. Wann ist derjenige geboren, welcher im Jahre 1849 in einem Alter von n Jahren gestorben ist?

15. A und B besitzen zusammen a Schafe; wie viele gehören davon dem B, wenn dem A m Schafe gehören?

16. Im Jahre 1849 war ich z Tage krank; wie viele Tage während dieses Jahres erfreute ich mich der Gesundheit?

17. Man theile die Zahl 200 in zwei ungleiche Theile, von denen der eine mit x bezeichnet werde; wodurch wird sich nun der andere ausdrücken lassen?

18. Wie kann man den Unterschied zwischen zwei beliebigen Zahlen ausdrücken?

19. Eine Gemeinde pflanzt im Frühjahre m Bäume an die Straße, im Verlaufe des Sommers standen mehrere davon ab, so daß man im Herbste nur mehr b gesunde Bäume zählte. Wie viele Bäume muß sie nun nachsetzen?

20. Mein Vater ist jetzt x Jahre, und ich bin m Jahre alt; wie alt war mein Vater, als ich geboren wurde?

21. Wenn $a < b$ ist; wie viel beträgt dann die negative Differenz dieser zwei (positiven) Zahlen?

22. Ein Spieler setzte sich mit x fl. an einen Spieltisch und stand mit z fl. auf. Wie groß war sein Gewinn?

23. Ein Kaufmann begann mit n fl. ein Handelsgeschäft und besitzt gegenwärtig p fl. Wie groß ist a) sein Gewinn, b) sein Verlust?

24. Jemand, der noch im vorigen Jahrhunderte geboren wurde, ist gegenwärtig (1849) p Jahre alt. Wie viele Jahre verlebte er im vorigen Jahrhunderte?

25. Jemand kaufte einen Wagen sammt zwei Pferden um

d fl. und verkauft dann erstern um q fl. Wie hoch kommen ihn die Pferde zu stehen?

26. Denke du dir eine Zahl nahe an Hundert, und sage mir dann, wie viel sie über 60 betrage?

27. Jemand kauft ein Haus um 8000 fl., zahlt b fl. baar und verspricht den Rest nach einem Jahre zu erlegen. Wie groß wird dieser wohl sein?

28. Jemand verpachtet gegen 40 fl. und 3000 Aepfel seinen Garten. Wie viel muß der Pächter noch bezahlen, wenn er außer p Aepfeln bereits x fl. erlegt hat?

29. Eine Zahl beträgt eben so viel unter Hundert, als eine andere über Hundert. Wie heißen a) diese Zahlen, wie groß ist b) deren Unterschied, wenn jede um x Einheiten von 100 verschieden ist?

30. Meine Schwester ist jetzt x Jahre alt und 3 Jahre jünger als ich; wie alt war ich hiernach vor 10 Jahren?

31. Jener Comet, der vor n Jahren am Himmel erschien, läßt sich nur alle x Jahre einmal sehen. Nach wie viel Jahren wird er wieder erscheinen?

32. Jemand hat in einem Wirthshause nur für einige (x) Kreuzer sich gestärkt; er gab nun eine Banknote von 10 fl. im Werthe hin; wie viel muß er a) in Gulden, b) in Kreuzern zurück erhalten?

33. Jemand hat a fl. Vermögen und b fl. Schulden; wie viele Gulden muß er entlehnen, um seine das Vermögen übersteigenden Schulden zu bezahlen?

34. Jemand kauft Aepfel auf dem Markte. Beim Nachhausegehen ißt er davon zwei, verschenkt drei und verliert einen; wie viele Aepfel bringt er noch nach Hause?

35. Die Summe zweier Zahlen beträgt a; wie groß ist dann ihre Differenz, wenn die größere derselben x heißt?

36. Ich denke mir zwei verschiedene Zahlen; wie viel beträgt deren Differenz weniger als die Zahl 80?

37. Zwei Mädchen, A und B, gehen mit einander auf den Markt, A mit x und B mit y Eiern; wenn nun B sechs Eier zerbricht, und ihm deßhalb A vier Eier schenkt; wie viele Eier bringt dann jedes Mädchen zu Markte?

b. Antworten.

1) b — a.
2) a — m.
3) m — 7.
4) 10 — 1 oder — 1 + 10.
5) x — 6.
6) a — b.
7) Um (b — a).
8) m — 2.
9) (b — a) fl.
10) (16 — n) Loth.
11) a — b.
12) (a — b) fl.
13) (30 — x) Ngr.,
14) Im (1849 — n)ten Jahre.
15) (a — m) Schafe.
16) (365 — z) Tage.
17) Durch (200 — x).
18) Durch (x — y).
19) (m — b) Bäume.
20) (x — m) Jahre.
21) Sie beträgt: — (b — a).
22) (z — x) fl.
23) Der Gewinn (p — n); der Verlust (n — p) fl.
24) (p — 49) Jahre.
25) (d — q) fl.
26) x — 60.
27) (8000 — b) fl.
28) (40 — x) fl. und (3000 — p) Aepfel.
29) Die eine 100 — x; die andere 100 + x; deren Unterschied 2 x.
30) (x — 7) Jahre.
31) Nach (x — n) Jahren.
32) In Gulden $\left(10 - \frac{x}{60}\right)$; in Kreuzern (600 — x).
33) (b — a) fl.
34) (x — 6) Aepfel.

35) $(x - (a - x)$ oder $2x - a$.
36) $80 - (x - y)$ oder $80 + y - x$.
37) A hat $(x - 4)$; B hat $(y - 2)$ Eier.

§. 3. Produkte.

a. Fragen.

1. Wenn a der Multiplicand und b der Multiplicator ist; wie muß dann das Produkt heißen?

2. Wenn man die Zahl x achtmal nimmt, wie viel erhält man?

3. Wenn die Zahl a in einer andern Zahl n mal enthalten ist; wie heißt dann diese?

4. Jemand nimmt täglich a fl. ein; wie viel beträgt die Einnahme in vier Wochen?

5. Wie groß ist die Summe, wenn die Zahl a zu sich selbst 27mal addirt wird?

6. Jemand lebte nach seiner Anstellung n Jahre; wie viel nahm er in dieser Zeit vom Staate ein, wenn sein jährlicher Gehalt x fl. betrug?

7. Mehrere Pferde haben in zwei Tagen ein Schäffel Hafer verzehrt; wie lange hätte damit ein einziges Pferd ausgereicht?

8. Wenn n Gärtner in p Stunden sämmtliches Gartenland umgruben; wie lange hätte ein Gärtner dazu gebraucht?

9. Wie heißt das Produkt, welches aus zwei Faktoren entstanden ist, von denen der eine fünf Einheiten weniger als der andere beträgt?

10. Jemand läßt sich für 8 b fl. (16 b Thlr.) lauter Kreuzer (Sgr.) geben, wie viel muß er erhalten?

11. Wie viele Loth Silber und Kupfer sind in a Mark x löthigen Silbers enthalten?

12. Wie viel besitzt derjenige, welcher sein Vermögen verdreifacht hat?

13. Wie viel erhält man, wenn die Summe zweier Zahlen mit deren Differenz multiplicirt wird?

14. In einem Testamente ist verordnet, daß das ganze Vermögen unter die drei Erben so vertheilt werde, daß der zweite Erbe um b fl. mehr als der erste und der dritte viermal so viel, als die

beiden andern zusammen bekommen soll. Wie groß ist nun des dritten Erbtheil?

15. Ein Pferdehändler verkauft mehrere Pferde und nimmt für jedes so viele Karolin ein, als er Pferde verkauft. Wie groß ist der ganze Erlös?

16. Wenn du dein gegenwärtiges Alter durch x Jahre bezeichnest, so bin ich jetzt dreimal so alt, als du vor zehn Jahren gewesen bist. Wie bestimmt sich hiernach mein jetziges Alter?

17. Wenn der achte Theil meines Gehaltes (x + 200) fl. beträgt; wie groß ist der ganze Gehalt?

18. Ein Spieler verlor in vier Spielen zusammen 16 fl.; darüber ärgerlich setzt er den ganzen Rest seines mitgebrachten Geldes, und ist so glücklich, diesen Einsatz dreifach zu gewinnen. Wie viel hatte er alsdann?

19. Ich bin drei Jahre älter, als mein Bruder; wäre aber jeder von uns um 6 Jahre älter, so erhielte man, wenn unser beider Alter in Jahren ausgedrückt würde, im Produkte derselben die gegenwärtige Jahreszahl. Wie heißt nun dieses Produkt?

20. Ein Pächter hat jährlich außer drei Schäffeln Weizen noch 60 fl. zu erlegen. Da er aber n Jahre lang den Pacht nicht entrichtete, so entsteht die Frage, wie viel er ohne Rücksicht auf die treffenden Zinsen auf einmal erlegen müsse?

21. Man zerlege die Zahl 35 in zwei ungleiche Theile und gebe das sechsfache Produkt dieser Theile an. Wie viel beträgt dieß nun?

22. Ein Waschbecken, welches x Pfund schwer ist, besteht aus 12 löthigem Silber. Wieviel beträgt der Werth des darin enthaltenen reinen Silbers, wenn für jedes Loth desselben 1 fl. 30 kr. bezahlt werden muß?

23. Ein Bauer verkauft acht Schäffel Getreide, theils Weizen theils Roggen. Wie groß ist seine ganze Einnahme, wenn er das Schäffel Weizen um 14 fl. und das Schäffel Roggen um 10 fl. abgibt?

24. Wie heißt das dreifache Produkt zweier Zahlen, von welchen die eine um 9 größer ist, als die andere?

25. Jemand hat eine silberne und eine goldene Münze; letztere

ist etwas mehr als 10mal so viel werth, als erstere; wenn nun diese **a** Groschen gilt, wie viel wird dann letztere werth sein?

26. Jemand bezahlt für ein Loth Gewürz 1 fl. 36 kr. 2 pf. (3 Thlr. 6½ Sgr.); was würden hievon **n** Centner kosten?

27. Das jüngste Kind einer Familie ist **a** Jahre (à 365 Tag), **b** Monate (à 30 Tag) und **c** Tage alt; das älteste ist gerade 5mal so alt als dieses. Wie viele Tage hat nun das älteste Kind gelebt?

28. Wenn ein Fußgänger jede Sekunde 5 Fuß, ein Reiter in derselben Zeit einige Fuß mehr zurücklegt, und ein Wagen auf einer Eisenbahn mit einer viermal größern Geschwindigkeit als der Reiter sich fortbewegt, wie weit kommt nun dieser Wagen in einer Stunde?

29. In einem Uhrwerke geht ein Rad einmal um, während ein anderes, welches das erstere durch das Eingreifen eines Zahnes in den andern treibt, **n** mal umgeht. Wie viele Zähne muß nun ersteres haben, wenn letzteres 8 hat?

30. Wenn der **n**te Theil von der Länge eines Gebäudes **a** Fuß und **b** Duodecimal-Zoll beträgt; wie viele Fuß ist dann das ganze Gebäude lang?

b. Antworten.

1) **ab**.
2) 8 **x**.
3) **an**.
4) 28 **a** fl.
5) 27 **a**.
6) **n x** fl.
7) 2 **x** Tage.
8) **n p** Stunden.
9) **x** (**x** — 5), oder auch **x** (**x** + 5).
10) 480 **b** Kreuzer (Sgr.).
11) **a x** Loth Silber und (16 — **x**). **a** Loth Kupfer.
12) 3 **x**.
13) (**x** + **y**). (**x** — **y**).
14) 4. (2 **x** + **b**) fl.

15) x. x Karolin.
16) Durch 3. (x — 10) Jahre.
17) 8. (x + 200).
18) 3. (x — 16) fl.
19) (x + 6) (x + 9).
20) 3 n Schäffel Weizen und 60 n fl.
21) 6. x (35 — x).
22) 36 x fl.
23) (14 x + 10. (8 — x)) fl.
24) 3 x (x + 9).
25) (10 a + x) Groschen.
26) 96,5. 3200 n kr. (Sgr.).
27) 5. (365 a + 30 b + c) Tage.
28) 14400. (5 + x) Fuß.
29) 8 n Zähne.
30) $n\left(a + \frac{b}{12}\right)$ Fuß.

§. 4. Quotienten.

a. Fragen.

1. Wenn der Dividend a und der Divisor b ist; welcher Quotient ergibt sich hieraus?

2. Wie oft ist m in x enthalten?

3. Womit muß a getheilt werden, um x zum Quotienten zu bekommen?

4. Wie oft muß die Zahl p genommen werden, um die Zahl q zu erhalten?

5. Welche Zahl gibt, mit 12 multiplicirt, die Zahl b?

6. Wie oft kann die Zahl 10 von der Zahl a weggenommen werden?

7. Man soll die Zahl b von der Zahl a so oft abziehen, bis kein Rest mehr bleibt. Wie oft kann das Abziehen wiederholt werden?

8. Wie oft muß die Zahl x zu sich selbst addirt werden, um b zur Summe zu erhalten?

9. Ich kenne das Produkt zweier Zahlen, von denen die eine **a** ist; wie heißt nun die andere, wenn das Produkt **p** ist?

10. Wie heißt von der Zahl **a** der sechste Theil?

11. Ein Stück Leinwand hält 50 Ellen und kostet **a** fl. (Thlr.). Auf wie viele Kreuzer (Silbergroschen) kommt eine Elle.

12. Unter mehrere Personen wurden **a** fl. ausgetheilt, so daß jede Person **m** fl. erhielt. Wie viele Personen waren es?

13. Eine Taube legte in **n** Stunden einen Weg von **x** Meilen zurück. Wie groß ist hiernach die Geschwindigkeit der Taube in einer Stunde?

14. Zu demselben Wege, welchen ein Dampfwagen auf einer Eisenbahn in **b** Stunden zurücklegt, braucht ein guter Fußgänger **c** Stunden. Wie vielmal ist die Geschwindigkeit des Dampfwagens größer, als die eines guten Fußgängers?

15. Jemand legt **a** fl. in eine Handlung; nimmt nach einiger Zeit dieses Capital wieder zurück und findet, daß es sich um den zwanzigsten Theil vermehrt habe. Wie viel erhielt er also zurück?

16. In einem Orte **A**, welcher **x** Fuß von dem Orte **B** entfernt ist, wird eine Kanone abgefeuert. Nach wie vielen Sekunden wird man den Knall in **B** vernehmen, wenn sich der Schall in jeder Sekunde **b** Fuß weit fortpflanzt?

17. Jemand vermehrte sein Vermögen jährlich um den **n**ten Theil desselben. Wie viel wird er also am Ende **a**) des ersten, **b**) des zweiten Jahres besitzen?

18. Ein Kaufmann hat den dritten Theil von seinem Vermögen verloren; wie viel besitzt er nach diesem Verluste noch?

19. Jemand verwendet den fünften Theil seines jährlichen Gehaltes auf Reisen. Mit wie viel Geld bestreitet er seine übrigen Ausgaben?

20. Ein Vater sagt zu seinen 5 Kindern: „Wenn ich drei Aepfel mehr hätte, als ich wirklich habe, dann könnte ich jedem von euch gleich viel geben.“ Wie viel bekäme alsdann ein jedes Kind?

21. Ein Vater hinterläßt seinen **n** Kindern ein bedeutendes Vermögen und verordnet, daß auch die Schule des Ortes einen Kindestheil erben soll. Wie viel bekam diese also?

22. Wird die Zahl **a** durch eine gewisse Zahl dividirt, so erhält man **q** zum Quotienten. Dagegen würde der Quotient um eine Einheit kleiner geworden sein, wenn man mit einem, um eine Einheit größern Divisor getheilt hätte. Wie groß muß im ersten und im zweiten Falle der Divisor sein?

23. Einem Regimente, das sich in einem Gefechte sehr ausgezeichnet hatte, wird eine Belohnung in Geld ausgesprochen. Nach dem Gefechte bestand das Regiment noch aus **m** Mann; bis die Vertheilung vor sich ging, starben aber davon drei Verwundete. Wie viel bekam nun ein Lebender?

24. Einem Beamten wird von seinem Gehalte ein Drittel abgezogen, worauf ihm noch **a** fl. bleiben. Wie groß muß also sein Gehalt gewesen sein?

25. Jemand ließ ein Capital, ohne den Zins zu erheben, so lange liegen, bis es sich verdoppelt hatte, worauf er dann **m** fl. an Capital und Zinsen bezog. Wie groß war also das angelegte Capital?

26. Als der Knecht eines Lohnkutschers von einer Reise nach Hause kam, fragte ihn sein Herr, wie viel Geld er eingenommen habe. Hierauf gab ihm der Knecht **b** fl. mit der Bemerkung, daß er für sich und die Pferde zwei Fünftheile von der Einnahme verbraucht habe. Wie viel betrug nun diese?

27. Wenn ich fünfmal so viel gewonnen hätte, als ich gewonnen habe, dann ließe sich mein Gewinn durch die ganze Zahl **p** in Gulden ausdrücken. Wie groß war nun der wirkliche Gewinn?

28. Bei einem Räderwerke greifen die Zähne eines kleineren Rades in die eines größern ein. Wie oft wird das kleinere, welches **n** Zähne hat, umlaufen müssen, bis das größere Rad, das **m** Zähne hat, **a**) einmal, **b**) zweimal umläuft?

29. Wenn mein Bruder, so erzählte dessen Schwester, um 7 Jahre älter wäre, dann würde er gerade viermal so alt sein, als ich gegenwärtig bin. Wie alt ist also jetzt dessen Schwester?

30. Jemand tauscht eine goldene Uhr gegen 5 gleich gute silberne Uhren ein: wenn nun die goldene auf **a** fl. geschätzt ward, wie hoch wurde dann eine silberne angerechnet?

31. Jemand hat eine Gold- und eine Silbermünze, von

denen die erstere nicht ganz 15mal mehr als die letztere gilt. Wie hoch kommt nun die Silbermünze, wenn die Goldmünze **a** fl. werth ist?

32. Ein Eil- und ein Dampfwagen fahren zu gleicher Zeit ab; wenn nun dieser mit einer 5mal größern Geschwindigkeit fährt, so fragt es sich, wie weit wohl ersterer gekommen sei, wenn letzterer **m** Meilen zurückgelegt hat?

33. Ich habe **a** fl., d. h. nur vier Fünftheile von dem, was ich hätte einnehmen sollen, eingenommen. Wie viele Gulden gehen mir also noch ab?

34. Man theile 100 in zwei ungleiche Theile, so daß der Quotient aus diesen Theilen einen unächten Bruch gibt. Wie heißt nun dieser?

35. Ein Bauer bindet auf seinem Acker 1240 Garben, wie viel beträgt hievon des Pfarrers Zehent?

36. Ein Bauer nimmt für das Getreide einiger seiner zehentbaren Aecker **m** fl. ein. Wie groß wäre aber die Einnahme gewesen, wenn er von diesen Aeckern keinen Zehent hätte abgeben dürfen?

37. Wenn das Produkt zweier Zahlen **b** ist; wie heißt dann deren Quotient?

38. Wenn man von der Zahl **x** nur den **n**ten Theil nimmt; wie viel beträgt dann von diesem Theile die Hälfte?

39. Ein Gutsbesitzer hat nach Abzug aller Kosten von einem seiner Güter in 6 Jahren einen reinen Ertrag von **a** fl. erhalten. Auf wie viele Gulden reinen Gewinnes kann er bei gleichen Umständen für das nächste Jahr rechnen?

40. Ein Paar Sperlinge brütete jährlich dreimal und hatte in 6 Jahren, weil die letzte Brut des sechsten Jahres zerstört worden war, **a** Junge ausgebrütet. Wenn nun immer dieselbe Anzahl Jungen ausgebrütet wurde; wie viel treffen dann hievon auf eine Brut?

b. Antworten.

1) $\frac{a}{b}$.

2) $\frac{x}{m}$ mal.

3) Durch $\frac{a}{x}$

4) $\frac{q}{p}$ mal.

5) $\frac{b}{12}$.

6) $\frac{a}{10}$ mal.

7) $\frac{a}{b}$ mal.

8) $\frac{b}{x}$ mal.

9) $\frac{p}{a}$.

10) $\frac{a}{6}$ oder $\frac{1}{6}$ a.

11) Auf $\frac{6a}{5}$ kr. $\left(\frac{3}{5}\text{ a Sgr.}\right)$

12) $\frac{a}{m}$ Personen.

13) $\frac{x}{n}$ Meilen.

14) $\frac{c}{b}$ mal.

15) $\frac{21a}{20}$ fl.

16) Nach $\frac{x}{b}$ Sekunden.

17) Am Ende des ersten $\frac{n+1}{n}$ x und des zweiten $\left(\frac{n+1}{n}\right)^2$ x.

18) $\frac{2}{3}$ x.

19) Mit $\frac{4}{5}$ x.

20) $\frac{x+3}{5}$ Aepfel.

21) $\frac{x}{n+1}$.

22) Im ersten $\frac{a}{q}$ und im zweiten $\frac{a}{q-1}$.

23) $\frac{x}{m-3}$.

24) $\frac{3a}{2}$ fl.

25) $\frac{m}{2}$ fl.

26) $\frac{5b}{3}$ fl.

27) $\frac{p}{5}$ fl.

28) a) $\frac{m}{n}$ und b) $\frac{2m}{n}$ mal.

29) $\frac{x+7}{4}$ Jahre.

30) Auf $\frac{a}{5}$ fl.

31) $\frac{a}{15-x}$ fl.

32) $\frac{m}{5}$ Meilen weit.

33) $\frac{a}{4}$ fl.

34) $\frac{x}{100-x}$, wenn x den größern Theil bezeichnet.

35) 124 Garben.

36) $\frac{10m}{9}$ fl.

37) $\frac{x^2}{b}$, oder auch $\frac{b}{x^2}$.

38) $\frac{x}{2n}$.

39) Auf $\frac{a}{6}$ fl.

40) $\frac{a}{17}$ Junge.

§. 5. Potenzen.

a. Fragen.

1. Der Dignand einer Potenz sei a und der Exponent m; wie heißt dann die Potenz?

2. Wie heißt jene vierte Potenz, deren Basis 8 ist?

3. Wie heißt a) die xte Potenz von 5, b) die fünfte Potenz von x?

4. Was erhält man, wenn die Zahl b nur bmal genommen wird?

5. Was erhält man, wenn 2m als Faktor mmal genommen wird?

6. Wenn man die Zahl 24 mit sich selbst tausendmal multipliciren soll; wie kann man diese Foderung ganz kurz anzeigen?

7. Wie groß ist von einem beliebigen Dignanden a) das Quadrat, b) der Kubus, c) das Biquadrat, d) die siebente, e) irgend eine Potenz?

8. Ein Produkt ist aus m gleichen Faktoren entstanden; wie heißt dasselbe, wenn ein solcher Faktor a) x, b) $\frac{p}{q}$ ist?

9. Wie viele Kreuzer (Sgr.) geben 60 fl. (30 Thlr.), wenn sie in Potenzform ausgedrückt werden?

10. Welche Potenz drückt die Anzahl der Sekunden aus, welche in 60 Stunden enthalten sind?

11. Welche Potenz drückt den Werth von 100 Centnern in Kreuzern aus, wenn jedes Pfund auf 100 Thaler (à 100 Kreuzer) zu stehen kommt?

12. Jemand halbirt eine gerade Linie, halbirt hierauf deren Hälften, wiederholt dieses Halbiren auf gleiche Weise fünfmal hintereinander. Welche Potenz gibt nun die Anzahl der Theile an,

in welche a) in diesem Falle, b) bei m maligem Halbiren die gerade Linie getheilt worden ist?

13. Ein Pferd hat 4 Hufeisen, und jedes Hufeisen ist in der Regel mit 8 Nägeln befestiget. Nun fragt Jemand einen Schmied, ob er sein Pferd mit Gold beschlagen würde, wenn er für die goldenen Hufeisen gar nichts, aber für den ersten Nagel einen Pfennig, für den zweiten 2, für den dritten 4, für den vierten 8 Pfennige, und so bei jedem folgenden Nagel immer das Doppelte vom vorhergehenden bekäme. Welche Potenz gibt die Anzahl der Pfennige an, welche für den letzten Nagel auf diese Art hätten bezahlt werden müssen, wenn der Schmied diesen Vorschlag angenommen hätte?

14. Ein Baron verpachtet eines seiner Güter auf 10 Jahre nach folgendem Accorde: für das erste Jahr verlange er gar nichts, für das zweite aber einen Gulden, für das dritte einen Bayer-Thaler, für das vierte 3 fl., für das fünfte 9 fl., für das sechste 27 fl. und so für jedes folgende Jahr das Dreifache vom vorhergehenden. Wie hoch kam hiernach der Pacht im letzten Jahre?

15. Ein Chemiker setzt 8 Tropfen Wassers zu einem Tropfen reiner Blausäure, nimmt sodann von der Mischung nur einen Tropfen und bringt diesen wieder zu 8 Tropfen reinen Wassers u. s. f. 5mal hinter einander. Wenn sich nun in einem Kirschenkerne so viel Blausäure befindet, als in einem Tropfen der letzten Verdünnung; wie viele Kirschen würde man dann brauchen, um aus deren Kernen einen einzigen Tropfen reiner Blausäure zu bekommen?

16. Ein homöopathischer Arzt verbindet einen Gran Arzneistoff mit a Gran Wasser, nimmt von der Mischung einen Gran nach dem andern, setzt jeden wieder zu a Gran Wasser und wiederholt dieß zwölfmal hinter einander. In wie viele Theile wird nun der erste Gran getheilt sein?

17. Welche Potenz von a ist von einem um zwei Einheiten niedern Grade, als die m^{te} Potenz?

18. Wenn man die x^{te} Potenz einer Zahl a) als Summand, b) als Faktor xmal nimmt; was erhält man?

19. Wie heißt das Quadrat von dem Kubus der Zahl p?

20. Wie heißt der Kubus der sechsten Potenz von z?

21. Wie heißt a) die Summe der Quadrate zweier beliebigen Zahlen, b) das Quadrat von der Summe eben dieser Zahlen?

22. Wie heißt a) die fünfte Potenz von der Differenz zweier verschiedenen Zahlen, b) die Differenz der fünften Potenzen eben dieser Zahlen?

23. Um wie viel übertrifft die m^{te} Potenz einer Zahl die n^{te} Potenz derselben Zahl?

24. Wie heißt jene Potenz von der Zahl a, deren Exponent das Quadrat von x ist?

25. Wie heißt jene Potenz von 9, bei welcher der Exponent selbst die 9te Potenz von derselben Basis 9 ist?

26. Was erhält man, wenn von einer beliebigen Potenz der Zahl b der Kubus angegeben wird?

27. Was erhält man, wenn die Zahl 8 durch die Zahl x potenzirt wird?

28. Wie heißt a) das zweifache Quadrat von p, b) das Quadrat vom zweifachen p?

29. Was muß man erhalten, wenn die Einheit durch a dividirt wird, dieser Quotient wieder durch a und so auch der 2te, 3te, 4te, und 5te Quotient durch a getheilt wird?

30. Wenn die Einheit mit der Zahl b multiplicirt, das Produkt wieder durch b multiplicirt wird, und diese Multiplication durch dasselbe b so oft wiederholt wird, als die Zahl b Einheiten hat, was erhält man alsdann zum Produkte?

31. Der Eine soll die achte Potenz einer Zahl durch 9, und der Andere die neunte Potenz derselben Zahl durch 8 potenziren. Was erhält nun Jeder?

b. Antworten.

1) a^m.
2) 8^4.
3) a) 5^x und b) x^5.
4) b^2.
5) $(2\,m)^m$.
6) $(24)^{1000}$.
7) a) x^2; b) x^3; c) x^4; d) x^7 und e) x^n.

8) a) x_m und b) $\left(\frac{p}{q}\right)^m$.
9) 60^2 Kreuzer (30^2 Sgr.).
10) 60^3 Sek.
11) 100^4 Kreuzer.
12) a) 2^5 und b) 2^m.
13) 2^{31} Pfennige.
14) Auf 3^7 oder 2187 fl.
15) 8^5 oder 32768 Kirschen.
16) In a^{12} Theile.
17) a^{m-2}.
18) a) $y^x \cdot x$; b) y^{x^2}.
19) $(p^3)^2$ oder p^6.
20) $(z^6)^3$ oder z^{18}.
21) a) x^2+y^2 und b) $(x+y)^2$.
22) a) $(x-y)^5$ und b) x^5-y^5.
23) Um (x^m-x^n).
24) a^{x^2}.
25) 9^{9^9}.
26) $(b^x)^3$ oder b^{5x}.
27) 8^x.
28) a) $2p^2$ und b) $(2p)^2$.
29) $\frac{1}{a^6}$.
30) b^b.
31) Jeder x^{72}.

§. 6. Radicirungen.

a. Fragen.

1. Der Radicand ist a, und der Wurzel-Exponent m; wie heißt dann die Wurzel selbst?

2. Was erhält man, wenn a durch 4 radicirt wird?

3. Wie gibt man a) die x^{te} Wurzel aus n, b) die n^{te} Wurzel aus x an?

4. Wenn die Zahl a ein Produkt aus 5 gleichen Faktoren vorstellt; wie heißt dann ein solcher Faktor?

5. Wenn der Kubus von b als ein Produkt aus 4 gleichen Faktoren betrachtet wird; wie groß ist dann ein solcher Faktor?

6. Wie heißt der Dignand, dessen zehnte Potenz die Zahl p gibt?

7. Wenn die Zahl q in m gleiche Faktoren zerlegt werden soll; wie muß ein solcher Faktor heißen?

8. Wie heißt jene Zahl, welche, 12mal mit sich selbst multiplicirt, zum Produkte 100 gibt?

9. Bei einer Division ist der Quotient eben so groß als der Divisor; wie heißt nun dieser, wenn a der Dividend ist?

10. Jemand hat auf eine Reise q fl. verwendet, indem er täglich gerade so viele Gulden ausgab, als er Tage auf der Reise war. Wie groß war seine tägliche Ausgabe?

11. Wie heißt die Kubikwurzel von der Quadratwurzel aus der Zahl a?

12. Jemand soll aus einer gewissen Zahl zuerst die vierte und hieraus sodann die fünfte Wurzel ausziehen. Durch welche einzige Wurzel läßt sich diese Foderung anzeigen?

13. Wie heißt a) die Quadratwurzel aus der Summe zweier verschiedenen Zahlen, b) die Differenz der Quadratwurzeln eben dieser Zahlen?

14. Wie groß ist a) die Summe der m^{ten} Wurzeln zweier verschiedenen Zahlen, b) die m^{te} Wurzel aus der Summe dieser Zahlen?

15. Wie groß ist die Kubikwurzel aus der Differenz der Kubuse zweier beliebigen Zahlen?

16. Um wie viel übertrifft die Zahl a ihre Quadratwurzel?

17. Wie groß ist a) die Hälfte der Kubikwurzel aus der Zahl x, b) die Quadratwurzel aus der Hälfte eben dieser Zahl?

18. Ich denke mir eine Zahl, und du findest dieselbe, wenn du aus der Zahl p eine bestimmte Wurzel ausziehst. Wie mag die gedachte Zahl heißen?

19. Wenn man die Zahl n mit 2 radicirt und die so erhaltene Wurzel mit 3 potenzirt, so erhält man die Höhe dieses Thurmes in Fußen ausgedrückt. Wie hoch ist also der Thurm?

b. Antworten.

1) $\sqrt[m]{a}$.

2) $\sqrt[4]{a}$.

3) a) $\sqrt[x]{n}$ und b) $\sqrt[n]{x}$.

4) $\sqrt[5]{a}$.

5) $\sqrt[4]{b^3}$.

6) $\sqrt[10]{p}$.

7) $\sqrt[m]{q}$.

8) $\sqrt[12]{100}$.

9) $\sqrt{a}$.

10) $\sqrt{q}$.

11) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$ oder $\sqrt[6]{a}$.

12) $\sqrt[20]{x}$.

13) a) $\sqrt{x+y}$ und b) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$.

14) a) $\sqrt[m]{x}+\sqrt[m]{y}$ und b) $\sqrt[m]{x+y}$.

15) $\sqrt[3]{x^3-y^3}$.

16) Um $\left(a-\sqrt{a}\right)$.

17) a) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$ und b) $\sqrt[d]{\frac{1}{2}x}$.

18) $\sqrt[x]{p}$.

19) $\left(\sqrt{n}\right)^3$.

§. 7. Logarithmirungen.

a. Fragen.

1. Wenn a die Basis eines logarithmischen Systems ist, wie heißt dann der Logarithmus zu der Zahl b?

2. Was erhält man, wenn m durch b logarithmirt wird?

3. Wie heißt der Logarithmus von 16 für die Basis 4?

4. Wenn die Zahl 81 durch 3 logarithmirt wird, was muß man erhalten?

5. Wenn a die Basis eines Logarithmensystems ist, wie heißt dann der Logarithmus von a?

6. Was erhält man, wenn 7 durch 7 logarithmirt wird?

7. Wie heißt jene Zahl, welche für die Basis 8 zum Logarithmus 4 hat?

8. Welche Zahl gibt durch a logarithmirt m?

9. Welche Zahl gibt durch $\sqrt{m}$ logarithmirt wieder $\sqrt{m}$?

10. Wie heißt wohl der Logarithmus von 1 für die Basis b?

11. Welche Zahl gibt, durch 12 logarithmirt, Null?

12. Bei Auflösung einer logarithmischen Gleichung findet Jemand log $x = m$; wie groß ist nun x, wenn das logarithmische System, nach welchem er rechnete, h zur Basis hat?

13. Wie oft muß die Zahl a als Faktor genommen werden, damit man die Zahl m zum Produkte erhalte?

14. Aus wie vielen gleichen Faktoren besteht die Potenz p, wenn der Dignand b heißt?

15. Wie heißt die Basis eines Logarithmensystems, in welchem zu der Größe m der Logarithmus 4 gehört?

16. In welchem Systeme gehört zu der Zahl 100 die Zahl 7 als Logarithmus?

17. Wodurch muß q logarithmirt werden, um n zu erhalten?

18. Wenn $x = \overset{b}{\log}\, p$ ist, wie muß dann die Zahl heißen, von welcher a) $x + 2$, b) $x + m$, c) $x - 3$, d) $x - 2m$ der Logarithmus ist?

19. Wenn $x = \overset{b}{\log}\, p$ ist, was muß man für x erhalten, wenn nun p durch b^2 logarithmirt wird?

20. Wenn in einem logarithmischen Systeme, dessen Basis b ist, x der Logarithmus von p ist; wie groß muß der Logarithmus von derselben Zahl p in einem andern Systeme, das $\sqrt{b}$ zur Basis hat, sein?

21. Wie heißt a) der Logarithmus von dem Quadrate der Zahl p, b) das Quadrat von dem Logarithmus der Zahl p?

22. Wie heißt a) der doppelte Kubus von dem Logarithmus aus der Summe zweier beliebigen Zahlen, b) der Kubus von dem doppelten Logarithmus aus der Summe eben dieser zwei Zahlen, c) der Kubus des Logarithmus aus der doppelten Summe der nämlichen Zahlen?

23. Wie heißt a) das Quadrat des halben Logarithmus aus dem Kubus von der Differenz zweier beliebigen Zahlen; b) das halbe Quadrat des Logarithmus aus der Differenz der Kubuse eben dieser zwei Zahlen, c) der halbe Logarithmus des Quadrates aus der Differenz der Kubuse dieser zwei Zahlen?

24. Wie heißt a) die Quadratwurzel von dem Logarithmus des Quadrates einer beliebigen Zahl; b) die Quadratwurzel von dem Quadrate des Logarithmus derselben Zahl, c) das Quadrat des Logarithmus von der Quadratwurzel dieser Zahl?

25. Wenn man für eine bestimmte Basis b_1 die Logarithmen aller Zahlen kennt; wie groß müßte die Basis b_2 dann sein, wenn a) den Zahlen doppelt, b) nur halb so große Logarithmen, als vorher, entsprechen sollen?

26. Was erhält man, wenn die Basis b eines logarithmischen Systems mit dem Logarithmus irgend einer Zahl p von derselben Basis potenzirt wird?

27. Was erhält man, wenn man von einer Potenz den Logarithmus für ein System, dessen Basis dem Dignanden gleich ist, angibt?

28. Was erhält man, wenn eine Zahl durch ihren Logarithmus radicirt wird?

29. Wenn die Basis eines Logarithmensystemes $\sqrt[m]{p}$ ist; wie muß alsdann der Logarithmus von diesem Radicanden p heißen?

b. Antworten.

1) $\overset{a}{\log}\, b.$

2) $\overset{b}{\log}\, m.$

3) $\overset{4}{\log}\, 16.$

4) $\overset{3}{\log}\, 81.$

5) $\overset{a}{\log}\, a = 1.$

6) $\overset{7}{\log}\, 7 = 1.$

7) $8^4 = 4096.$

8) $a^m.$

9) $\left(\sqrt{m}\right)^{\sqrt{m}}.$

10) $\overset{b}{\log}\, 1 = 0.$

11) $12^0 = 1.$

12) $x = h^m.$

13) $\frac{\log m}{\log a}$ mal.

14) Aus $\frac{\log p}{\log b}$ gleichen Faktoren.

15) Basis $= \sqrt[4]{m}.$

16) Dessen Basis $= \sqrt[7]{100}.$

17) Durch $\sqrt[n]{q}.$

18) a) $b^2 p$; b) $b^m p$; c) $\frac{p}{b^3}$; d) $\frac{p}{b^{2m}}$.

19) $x = 2\, \overset{b^2}{\log}\, p.$

20) $\overset{\sqrt{b}}{\log}\, p = 2x.$

21) a) $\log p^2$ und b) $(\log p)^2$.

22) a) $2\left(\log(x+y)\right)^3$; b) $\left(2\log(x+y)\right)^3$; c) $\left(\log 2(x+y)\right)^3$.

23) a) $\left(\frac{1}{2}\log(x-y)^3\right)^2$; b) $\frac{1}{2}\left(\log(x^3-y^3)\right)^2$; c) $\frac{1}{2}\log(x^3-y^3)^2$.

24) a) $\sqrt{\log x^2}$; b) $\sqrt{(\log x)^2} = \log x$; c) $(\log \sqrt{x})^2$.

25) a) $b_2 = \sqrt{b_1}$ und b) $b_2 = (b_1)^2$.

26) $b^{\overset{b}{\log} p} = p$; d. i. die Zahl selbst.

27) $\overset{b}{\log}\, b^x = x$, d. i. den Exponenten.

28) $\sqrt[\log p]{p} = b$, d. i. die Basis.

29) $\log p = m$.

§. 8. Formirung von Verhältnissen und Proportionen.

a. Fragen.

1. Wie heißt jenes arithmetische Verhältniß, in welchem das Vorderglied a und um 7 kleiner als das Hinterglied ist?

2. Wie heißt jenes arithmetische Verhältniß, in welchem das Hinterglied b und um m kleiner als das Vorderglied ist?

3. Wie heißt das arithmetische Verhältniß dann, wenn das Vorderglied a und dreimal größer als das Hinterglied ist?

4. In einem steigenden arithmetischen Verhältnisse heißt das Hinterglied m und die Differenz a; wie muß nun das Verhältniß heißen?

5. Wie heißt jenes fallende arithmetische Verhältniß, in welchem die Differenz um 7 kleiner ist, als das Hinterglied b?

6. In welchem arithmetischen Verhältnisse ist das Hinterglied der Differenz gleich?

7. Wie heißt das Vorderglied eines steigenden arithmetischen Verhältnisses, in welchem das Hinterglied die dritte Potenz von der Differenz ist?

8. Wie muß das Hinterglied eines fallenden arithmetischen Verhältnisses heißen, wenn die Differenz um m kleiner als das Vorderglied ist?

9. Wie dann, wenn das Vorderglied der mte Theil von der Differenz ist?

10. In einem arithmetischen Verhältnisse beträgt die Summe beider Glieder m; wie muß nun das Verhältniß heißen, wenn das Vorderglied x ist?

11. In einem geometrischen Verhältnisse übertrifft das Vorderglied x das Hinterglied um 2. Wie heißt das Verhältniß?

12. Wie heißt jenes geometrische Verhältniß, in welchem das Hinterglied der m^{te} Theil von dem Vordergliede a ist?

13. In welchem geometrischen Verhältnisse ist das Hinterglied der sechsfachen Kubikwurzel aus dem Quotienten m gleich?

14. In welchem geometrischen Verhältnisse ist das Vorderglied dem Quadrate vom Quotienten a gleich?

15. Wenn in einem geometrischen Verhältnisse Hinterglied und Quotient einander gleich sind, wie muß es dann heißen?

16. Wie heißt jenes geometrische Verhältniß, in welchem der Quotient a) dem Logarithmus des Hintergliedes m, b) dem des Vordergliedes p, für die Basis 10 gleich ist?

17. In welchem geometrischen Verhältnisse ist der Quotient dem Kubus, und das Vorderglied dem Quadrate von einer und derselben Zahl m gleich?

18. In welchem steigenden geometrischen Verhältnisse stellt der Quotient die Summe zweier beliebigen Zahlen und das Hinterglied die Differenz der Quadrate von denselben zwei Zahlen vor?

19. In einem geometrischen Verhältnisse besteht das Vorderglied aus der Differenz zweier Zahlen und der Quotient aus der Summe der Quadratwurzeln derselben Zahlen. Wie heißt dieses Verhältniß?

20. Durch welche Potenz des Vordergliedes wird das Hinterglied eines geometrischen Verhältnisses, in welchem der Quotient dem Kubus des ersten Gliedes gleich ist, ausgedrückt, wenn dieses a) x, b) x^m heißt. Wie heißen ferner diese zwei Verhältnisse?

21. In einem geometrischen Verhältnisse ist das Hinterglied die Summe und das Vorderglied die Differenz zweier Zahlen; nun wird aus dem Hintergliede die Quadratwurzel gezogen, wie muß also das neue Verhältniß heißen, da es dennoch ungeändert bleiben soll?

22. Gewisse Potenzen der Zahl a bilden die Glieder eines geometrischen Verhältnisses; wie heißt der Quotient desselben?

23. Wie heißt das kleinste Zahlenverhältniß a) zwischen Kro-

nenthalern und Bayerthalern, b) zwischen m fl. und n preußischen Thalern, c) zwischen m ℔ und 8 Loth?

24. Jemand hat die Glieder eines geometrischen Verhältnisses durch einander dividirt und zum Quotienten a) $\frac{1}{2}$ x, b) $3\frac{1}{4}$, c) $p + \frac{m}{x}$ erhalten. Wie hieß in jedem dieser Fälle das entsprechende Verhältniß, und wie muß d) das aus diesen drei Verhältnissen zusammengesetzte Verhältniß heißen?

---

25. In einer arithmetischen Proportion sind a und b die beiden Vorderglieder; wie heißt die ganze Proportion, wenn die Differenz so groß, als die Summe der beiden Vorderglieder ist?

26. In einer arithmetischen Proportion ist das eine Hinterglied um eben so viel größer als das andere Hinterglied a, um wie viel die Differenz kleiner als das Hinterglied a ist. Wie heißt diese Proportion a) wenn die Verhältnisse steigend, b) wenn sie fallend sind?

27. In einer arithmetischen Proportion mit fallenden Verhältnissen übertrifft das eine Vorderglied a eben so oft das andere, als dieses die Differenz übertrifft. Wie heißt diese Proportion?

28. Wie heißt jene arithmetische Proportion mit steigenden Verhältnissen, in welcher das eine Hinterglied das andere b um ebenso viel übertrifft, als jenes von der Differenz übertroffen wird?

29. In einer arithmetischen Proportion, worin die beiden mittlern Glieder a und b heißen, sind die äußern beiden unleserlich; man weiß jedoch, daß das eine der Quadratwurzel von seinem Vordergliede b gleich war. Wie heißt nun die ergänzte Proportion?

30. Wenn in einer arithmetischen Proportion mit fallenden Verhältnissen die Differenz der beiden mittlern Glieder um 20 von der der beiden äußern übertroffen wird, wie mag diese Proportion geheißen haben?

31. Wie heißt jene arithmetisch = stetige Proportion, in welcher das zweite Glied um m kleiner als das erste ist?

32. Die Summe der äußern Glieder einer arithmetisch = ste-

tigen Proportion ist a und differirt von dem letzten Gliede um x. Wie heißt nun die ganze Proportion?

33. Denke dir eine zweizifferige dekadische Zahl, welche doppelt so groß sein soll, als das letzte Glied einer arithmetisch = stetigen Proportion; wie wird nun diese heißen, wenn das erste Glied derselben so groß ist, als die Ziffer, welche an der Zehner Stelle der gedachten Zahl steht?

34. Das letzte Glied einer arithmetisch = stetigen Proportion ist eine zweizifferige dekadische Zahl, eben so das mittlere Glied, und beide Zahlen unterscheiden sich nur in der verkehrten Stellung der Ziffern. Wie heißt nun diese Proportion?

35. Es seien a und b die Hinterglieder einer geometrischen Proportion, und die Quadratwurzel aus dem Produkte dieser zwei Glieder sei dem Quotienten gleich. Wie muß diese Proportion heißen?

36. In einer geometrischen Proportion ist das erste Glied ebenso vielmal größer, wie vielmal der Quotient kleiner, als das vierte Glied ist; wie heißt nun die ganze Proportion, wenn das letzte Glied derselben a ist?

37. In einer geometrischen Proportion ist das erste Hinterglied b und um 8 größer, als das andere; der Quotient aber beträgt den dritten Theil von der doppelten Summe dieser zwei Glieder. Wie heißt also die Proportion?

38. Die Summe der Vorderglieder einer geometrischen Proportion verhält sich zur Summe der Hinterglieder, wie 7 zu 8. Wie heißt nun die Proportion, wenn das zweite Vorderglied von dem ersten, welches a heißen soll, um dessen Quadratwurzel übertroffen wird?

39. Wie heißt die Proportion, in welcher die Logarithmen zweier Zahlen, von welchen die eine Zahl dem Logarithmus der andern für die Basis m gleich kommt, sich zu einander verhalten, wie 1 zu 8?

40. In einer geometrischen Proportion ist das Produkt der beiden Vorderglieder m mal so groß, als das der beiden Hinterglieder. Wie heißt nun diese Proportion, wenn die Vorderglieder a) m und n, b) x und y sind?

41. Wie heißt jene geometrisch = stetige Proportion, in welcher das letzte Glied a) 16= und b) m mal so groß als das erste Glied ist?

42. Wenn in einer geometrisch = stetigen Proportion das Produkt der ersten zwei Glieder p und das der letzten zwei m beträgt; wie heißt sie dann?

43. Die Summe der äußern Glieder einer geometrisch = stetigen Proportion beträgt 40; wie mag nun diese Proportion heißen, wenn das erste Glied a ist?

44. Wie heißt jene geometrisch = stetige Proportion, in welcher das erste Glied die Kubikwurzel vom letzten, d. i. von m ist?

45. Eine geometrisch = stetige Proportion hat in allen drei Gliedern zweizifferige dekadische Zahlen. Wenn nun vom ersten Gliede die Anzahl der bloßen Einheiten zwei und vom zweiten Gliede die der Zehner drei beträgt; wie heißt dann die ganze Proportion?

b. Antworten.

1) $a \div (a+7)$.
2) $(b+m) \div b$.
3) $a \div \frac{1}{3}a$.
4) $(m-a) \div m$.
5) $(2b-7) \div b$.
6) $o \div (o+d)$.
7) $d^3 - d$.
8) m.
9) $d\left(\frac{1}{m} - 1\right)$.
10) $x \div (m-x)$.
11) $x : (x-2)$.
12) $a : \frac{a}{m}$.
13) $6\sqrt[5]{\frac{1}{m^2}} : 6\sqrt[5]{m}$.
14) $a^2 : a^3$.

15) $1 : q$.

16) a) $\frac{m}{\overset{10}{\log}\, m} : m$. b) $p : \overset{10}{\log}\, p$.

17) $m^2 : m^5$.

18) $(x-y) : (x^2 - y^2)$.

19) $(x-y) : \left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right) \cdot \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2$.

20) a) Durch die 4te und b) durch die 4mte Potenz; also sind die beiden Verhältnisse:

a) $x : x^4$ und b) $x^m : x^{4m}$.

21) $\frac{x-y}{\sqrt{x+y}} : \sqrt{x+y}$.

22) a^{x-y}, oder auch a^{y-x}.

23) a) $9 : 8$; b) $4m : 7n$ und c) $4m : 1$.

24) a) $2 : x$; b) $4 : 13$; c) $x : (m+px)$ und d) $8 : 13(m+px)$.

---

25) $a \div (2a+b) = b \div (a+2b)$.

26) a) $x \div a = 2x \div (a+x)$.
b) $(2a-x) \div a = 2a \div (a+x)$.

27) $a \div \left(a - \frac{a}{m^2}\right) = \frac{a}{m} \div \left(\frac{a}{m} - \frac{a}{m^2}\right)$.

28) $-2x \div b = -x \div (b+x)$.

29) $\left(a + b - \sqrt{b}\right) \div a = b \div \sqrt{b}$.

30) $a \div (a-10) = b \div b - 10)$.

31) $a \div (a-m) \div a - 2m)$.

32) $x \div \frac{a}{2} : (a-x)$.

33) $x : \frac{12x+y}{4} \div \frac{10x+y}{2}$.

34) $(19y-8x) \div (10y+x) \div (10x+y)$.

35) $\sqrt{\frac{a}{b}} : a = \sqrt{\frac{b}{a}} : b$.

36) $am : a^2 = m : a$.

37) $\frac{3b}{4b+16} : b = \frac{3(b+8)}{4b+16} : (b+8)$.

38) $a : 1\frac{1}{7}a = \left(a - \sqrt{a}\right) : 1\frac{1}{7}\left(a - \sqrt{a}\right).$

39) $\log x : \log (\overset{m}{\log} x) = 1 : 8.$

40) $\begin{cases} \text{a) } m : \sqrt{m} = n\sqrt{m} : n. \\ \text{b) } x : x\sqrt{\frac{1}{m}} = y : y\sqrt{\frac{1}{m}}. \end{cases}$

41) $\begin{cases} \text{a) } \frac{1}{4}x : x : 4x. \\ \text{b) } x : x\sqrt{m} : mx. \end{cases}$

42) $\sqrt[4]{\frac{p^3}{m}} : \sqrt[4]{mp} : \sqrt[4]{\frac{m^3}{p}} ;$

43) $a : \sqrt{(40 - a) . a} : (40 - a).$

44) $\sqrt[3]{m} : \sqrt[3]{m^2} : m.$

45) $(10x + 2) : (30 + y) : \frac{(30 + y)^2}{10x + 2}.$

§. 9. Gemischte Beispiele.

a. Fragen.

1. Wenn man eine Zahl um ihre Hälfte vermehrt, wie viel hat man dann weniger, als das m fache dieser Zahl beträgt?

2. Wenn man a durch das Fünffache und b durch das Sechsfache einer bestimmten Zahl theilt, so erhält man in der Summe dieser zwei Quotienten die Anzahl der Häuser einer gewissen Stadt. Wie groß ist nun diese Anzahl?

3. Wenn auch Thomas 30 von seinen m Schafen verkauft, so bleiben ihm doch noch dreimal so viel, als Peter hat. Wie viele Schafe besitzt also dieser?

4) Jemand verwendet jährlich 10 fl. über den fünften Theil seines jährlichen Einkommens auf bloße Vergnügungen. Wie viel bleibt ihm noch zu seinen übrigen Ausgaben?

5. Jemand läßt sich mit seinem eben erhaltenen Wochenlohne in ein Spiel ein; hat aber nach kurzer Zeit 3 fl. verloren. Wenn ihm nun noch der vierte Theil des Restes gestohlen wird; wie viel bringt er dann nach Hause?

6. Vor 10 Jahren war ein Vater dreimal so alt als sein Sohn; wie läßt sich nun aus dem gegenwärtigen Alter des Vaters das damalige des Sohnes bestimmen?

7. Wenn Jemand von Wien nach Paris in n Tagen reisen soll; wie viele Meilen hat er täglich zurückzulegen, da die Entfernung beider Städte b Meilen beträgt?

8. Man theile eine gewisse Zahl in vier gleiche Theile und multiplicire mit einem derselben die halbe Summe der übrigen. Wie viel hat man dann?

9. **A** gibt dreimal so viel bei einer Sammlung her als **B**; **C** gibt 12 kr. mehr als **A**, und **D** halb so viel, als **A** und **C** zusammen. Wie viel haben Alle zusammen hergegeben?

10. Wenn **A** so oft 3 fl. einnimmt als **B** 5 fl.; wie viel muß nun **B** eingenommen haben, wenn **A** x fl. hat?

11. Jemand bestimmt den achten Theil seines Vermögens zur Aufbesserung des Schulfonds, den sechsten Theil desselben zur Gründung einer Kirche und 700 fl. den Armen. Das Uebrige soll unter seine sechs Verwandten gleichheitlich vertheilt werden. Wie viel bekam nun Jeder?

12. Wenn mir mein erster Nachbar, sagte ein Schuldenmacher, von seinem Vermögen den dritten Theil und mein zweiter Nachbar 400 fl. gäbe, dann würde ich nur mehr a fl. Schulden haben. Wie viel beträgt also seine Schuldenmasse?

13. Jemand hat a fl. Capital zu p fl. Procent ausstehen; wie viel nimmt er a) in einem, b) in n Jahren, c) in 5 Monaten an Zinsen ein?

14. Jemand hat a fl. als Capital ausgeliehen; der größere Theil desselben wird ihm zu 5 und der kleinere zu 4 Procent verzinset. Wie viel Zins nimmt er jährlich ein?

15. Jemand hat 15mal so viel Kronenthaler als Bayerthaler; wie viele Gulden hat er nun?

16. Jemand bezahlt eine Schuld in preußischen Thalern, je vier auf einen Wurf, heim. Wie groß war die Schuld, wenn der letzte Wurf nicht mehr vollständig war, weil ein Thaler daran fehlte?

17. Jemand verordnet in seinem Testamente, daß der erste Erbe 600 fl. und vom Reste noch den achten Theil, der zweite 400 fl. und von dem sich hierauf ergebenden Reste den sechsten Theil und endlich der dritte Erbe das noch Uebrige bekommen soll. Wie groß war nun des dritten Erbtheil?

18. Wenn man den Zähler des ächten Bruches $\frac{m}{n}$ um dieselbe Zahl vergrößert, als man den Nenner vermindert, so erhält man einen unächten Bruch, welcher in eine ganze Zahl übergeht, wenn er so oft zu sich selbst addirt wird, als die Differenz aus dem Zähler und Nenner des gegebenen Bruches positive Einheiten enthält. Wie heißt nun diese ganze Zahl?

19. Wie viel erhält man, wenn man zuerst den Zähler des Bruches $\frac{m}{n}$ um a erhöht und hierauf den so veränderten Bruch um dieselbe Zahl a vergrößert, davon alsdann den dritten Theil des doppelten gegebenen Bruches abzieht und den Rest unter einerlei Nenner bringt?

20. Mehrere Personen machten zusammen eine Landpartie und aßen und tranken gemeinschaftlich. Es würde ihre ganze Zeche gerade 60 fl. betragen haben, wenn die Gesellschaft noch drei Mitglieder mehr gehabt hätte. Wie viel mußte nun eine jede Person bezahlen?

21. Jemand verwendet jetzt jährlich den zehnten Theil seines Einkommens auf Reisen, während er früher, da sein Einkommen um 300 fl. kleiner war, nur den 15ten Theil darauf verwendete. Wie viel bleibt ihm jetzt, und wie viel blieb ihm bei seinem frühern Einkommen noch zur Bestreitung seiner übrigen Ausgaben?

22. Jemand kauft Aepfel, je 7 um 2 Kreuzer; bald darauf verkauft er alle wieder, das Dutzend um 5 Kreuzer. Welchen Gewinn hatte er dabei?

23. Jemand kauft ein Haus und zahlt 700 fl. baar; den Rest soll er nach 2 Jahren erlegen, oder auf Verlangen auch sogleich, jedoch mit 5 Procent einfachen Rabatts. Wie viel ist demnach dieses Haus jetzt werth?

24. Wie viel darf Jemand für einen Wechsel von **a** fl., welcher erst nach 8 Monaten zahlbar ist, jetzt verlangen, wenn auf das Jahr 7 Procent einfachen Rabatts gerechnet werden?

25. Jemand hat nach 5 Monaten **a** fl., nach 9 Monaten **b** fl., nach 2 Jahren **d** und nach 16 Monaten **c** fl. unverzinslich einzunehmen. Er will diese Schuldscheine jetzt verkaufen; wie viel kann er dafür verlangen, wenn man auf das Jahr 6 Procent Rabatt rechnet?

26. Jemand vergrößert sein Vermögen jährlich um den achten Theil; wie viel besitzt er auf diese Weise **a**) nach zwei, **b**) nach fünf, **c**) nach **n** Jahren?

27. Ein anderer vergrößert ein bestimmtes Betriebscapital alle Jahre um dessen zehnten Theil; nimmt aber am Ende eines jeden Jahres 50 fl. hinweg, um sie an die Armen zu verschenken? Wie groß wird dieses Capital **a**) nach zwei, **b**) nach vier Jahren sein?

28. Jemand besitzt jetzt **a** fl. und vermehrt diese jährlich jedesmal um den **m**ten Theil. Wie viel wird er nach **n** Jahren besitzen, wenn er nichts davon verbraucht?

29. Ein Kaufmann gewinnt im ersten Jahre seines Geschäftes 40 Procent. Wie viel besitzt er also am Anfange des zweiten Jahres?

30. Wie viel würde derselbe am Ende des dritten Jahres haben, wenn er jährlich denselben Gewinn von 40 Procent gehabt und nichts davon verbraucht hätte?

31. Man hat eine Zahl, die du mir bestimmen sollst, durch die Zahl **a** getheilt, wobei man **b** zum Quotienten mit dem Reste **c** erhielt. Wie hieß nun diese Zahl?

32. Das Produkt der zwei Zahlen **x** und **y** übertrifft deren **m**fache Differenz **b** mal. Auf welche doppelte Art läßt sich nun dieses Produkt ausdrücken?

33. Wie schreibt man die Zahl 235, wenn statt der Ziffern 2, 3 und 5 die Buchstaben **a**, **b** und **c** gesetzt werden?

34. Ich denke mir eine vierzifferige dekadische Zahl, die einerlei Ziffern hat. Wie heißt sie?

35. Wie heißt jene fünfzifferige dekadische Zahl, welche lauter verschiedene Ziffern hat, die jedoch so beschaffen sind, daß (nach der rechten Hand zu) jede nachfolgende um eine Einheit höher als die ihr vorangehende ist?

36. Ich kenne zwei vierzifferige dekadische Zahlen, von welchen die eine dieselben Ziffern, wie die andere, aber in umgekehrter Ordnung hat. Wie heißt jede dieser Zahlen?

37. Die drei Ziffern einer vierzifferigen dekadischen Zahl, welche auf den Stellen der Tausende, Hunderte und Zehner stehen, sind in dieser Ordnung genommen den Hunderten, Zehnern und Einheiten einer dreizifferigen Zahl gleich. Wie heißt nun die Differenz dieser beiden Zahlen?

38. Wie viel erhält man, wenn zu einer zweizifferigen dekadischen Zahl die Ziffernsumme addirt wird?

39. Wenn **A** von seinem Gelde **m** fl. dem **B** gibt, dann hat dieser nochmal so viel, als jener behält. Wie viel hätte dann Jeder?

40. Wie viel kosten 4 ℔ Zucker und 2 ℔ Kaffee zusammen, da das Pfund Zucker jetzt um 2 Kreuzer ab- und das Pfund Kaffee um 3 Kreuzer aufgeschlagen hat, wenn der neue Preis mittelst des alten ausgedrückt wird?

41. Ich habe in jeder Hand eine gewisse Summe Geldes, welche man beliebig bezeichnen kann. Wie viel werde ich aber dann in jeder Hand haben, wenn ich mit Hilfe des Geldes in der rechten Hand jenes in der Linken verdreifacht, und alsdann den Rest in der rechten Hand mit Hilfe der vergrößerten Summe in der linken Hand vervierfacht habe?

42. Zwei Hopfenhändler kommen mit Hopfen zu Markte; der eine verkauft **n** Centner um **a** fl., worauf der andere sagt: „Würde ich meinen Hopfen nach deinem Preise verkaufen, so bekäme ich **p** fl. unter meinem ganzen Ankaufspreise.“ Wie groß war wohl dieser bei **x** Centnern?

43. Unter einige Arme wurde Geld ausgetheilt, wobei jeder Arme zwei Gulden weniger, als die Anzahl der Armen betrug, erhielt. Wie viele Gulden wurden ausgetheilt?

44 Jemand bringt Gänse zu Markt und löst **a** fl. Wie viel kostete **a**) jede Gans im Durchschnitte; **b**) wie viel bekam er vor acht Tagen für eine Gans, da er drei Gänse weniger als heute und doch eine eben so große Einnahme hatte; **c**) wie viel würde er heute eingenommen haben, wenn er **b** Gänse mehr gehabt hätte?

45. **A** und **B** haben zu gleicher Zeit zusammen **p** fl. Capital ausgeliehen. **A** hat sein Capital um ein Procent höher als **B** angelegt und nach **n** Jahren das Capital sammt den **n** jährigen Zinsen zurück erhalten; **B** dagegen erhielt zwei Jahre später ebenso das Capital sammt allen Zinsen. Wie viel hat nun jeder als Zins erhalten?

46. Wie groß wird nach zehn Jahren mein Vermögen sein, welches jetzt 1000 fl. mehr beträgt, aber $1/2$ Procent weniger an Interessen jährlich abwirft, als das meines Bruders, wenn ich bis dahin nichts davon verbraucht haben werde?

47. **A** und **B** besitzen zusammen ein Vermögen von 40000 fl. — **A** gewinnt mit seinem Vermögen jährlich 15 und **B** 10 Procent. Wie viel gewinnen sie also zusammen?

48. **A** und **B** besitzen zusammen **a** fl. Vermögen. **A** gewinnt jährlich mit seinem Gelde 3 Procent weniger als **B**, und doch hat er jährlich mehr Gewinn als **B**. Um wie viel wohl?

49. **A** hatte **b** fl. Capital mehr, aber um **n** Jahre weniger, als **B**, auf Interessen angelegt. Wie viel Zins treffen daher auf **A**, wenn **B** sein Capital **m** Jahre lang, ebenfalls auf **p** Procent wie **A**, ausstehen hatte?

50. Hätte ich, sagte ein Fleischer, ein Schaf mehr gekauft und zugleich für jedes 18 Kreuzer weniger bezahlen dürfen; dann würde ich heute all mein Geld ausgelegt haben. Wie groß war also dessen Baarschaft?

51. Jemand hat sich drei verschiedene Zahlen gedacht, und verlangt nun, daß Folgendes von ihnen angegeben werde: **a**) das Produkt von der dreifachen Differenz der beiden größern Zahlen

in die kleinste; b) mit dem dritten Theile der Summe von den beiden kleinern Zahlen soll die Hälfte der größten getheilt werden; c) man nehme die größte Zahl drei-, die mittlere vier- und die kleinste fünffach, und dividire die Summe dieser Produkte durch die sechsfache Differenz zwischen der größten und kleinsten Zahl; d) man gebe die Summe jener Quotienten an, welche man erhält, wenn jede der drei Zahlen stets durch die Differenz der beiden andern dividirt wird; e) wenn die halbe Summe der gedachten drei Zahlen a beträgt, wie heißt dann wohl die mittlere dieser Zahlen?

52. Ein Silberarbeiter hat zwei ungleich schwere Gefäße, das eine von 15 und das andere von 10löthigem Silber; er schmilzt beide zusammen und erhält daraus 12löthiges Silber. Wie bestimmt man die Menge des reinen Silbers, welches a) in jedem Gefäße war und b) nun in der Legirung ist; c) wie viel Pfund beträgt der Zusatz?

---

53. Um wie viel wird a) die Zahl m von ihrem halben Quadrate, b) das Quadrat der halben Zahl von der Zahl selbst übertroffen?

54. Was erhält man, wenn der Kubus einer Zahl um a vermindert und das Quadrat des Restes mit 3 radicirt wird?

55. Die Summe der Quadrate von der Hälfte der einen und dem dritten Theil der andern Zahl beträgt nicht so viel, als die Hälfte des Quadrates von der einen und der dritte Theil des Quadrates von der andern Zahl zusammen betragen. Wie viel fehlt nun bis zur Gleichheit?

56. Die Summe der Quadrate und das Quadrat der Summe zweier Zahlen zusammen werden von dem vierfachen Produkte aus der Hälfte der einen Zahl in das Dreifache der andern um Etwas übertroffen. Wie viel beträgt nun dieses Etwas?

57. Wie heißt jener Bruch, dessen Nenner um zwei kleiner als das Quadrat des Zählers ist?

58. Wenn eine Zahl um d größer als eine andere ist; wie viel wird dann die Summe der Quadrate beider Zahlen geben?

59. Jemand kauft eben so viele Tauben, als eine derselben Kreuzer kostet, und erhält beim Bezahlen 7 Kreuzer vom Verkäufer zurück. Welches war der Werth von dem Geldstücke, das er hingab?

60. Unter n Mann, theils Unterofficiere theils Gemeine, wurde Geld vertheilt. Jeder Gemeine soll so viele Gulden bekommen, als es Gemeine sind, und jeder Unterofficier so viele Dukaten (à 5½ fl.), als es Unterofficiere sind. Wenn nun x Gemeine darunter sind, wie viele Gulden müssen die Unterofficiere zusammen bekommen?

61. Wie groß ist der Unterschied zwischen dem Quadrate einer zweizifferigen dekadischen Zahl und der Zahl selbst?

62. Um wie viel übertrifft der Kubus einer dreizifferigen dekadischen Zahl das Quadrat derselben?

63. Wenn a) der Kubus einer Zahl, b) die Quadratwurzel von derselben Zahl als sechste Potenzen betrachtet werden müssen; wie heißen dann die Dignanden dieser Potenzen?

64. Bestimme mir, um wie viel jene ganze Zahl, die ich mir gedacht habe, ihre Quadratwurzel übertrifft?

65. Wie viel beträgt der Unterschied zwischen der Quadrat- und Kubikwurzel a) einer und derselben ganzen Zahl, b) eines Bruches, der zum Zähler die Einheit und zum Nenner eben jene ganze Zahl hat?

66. **A** und **B** haben zusammen m Ellen Tuch verkauft, und Jeder hat für eine Elle so viele Gulden erhalten, als **A** Ellen verkaufte. Um wie viel hat nun **B** mehr als **A** im Ganzen eingenommen, wenn **B** x Ellen verkauft hat?

67. Ein Uhrmacher verkauft einige goldene Uhren, jede um so viele Karolin (à 11 fl.), als es Uhren waren. Mit diesem Gelde kauft er so viele Uhrfedern, als er auf diese Weise Gulden besitzt, jede um so viele Pfennige, als er im Ganzen Gulden ausgibt. Wie viele Pfennige hat er nun ausgegeben?

68. Um wie viel beträgt die Differenz der Kubikwurzeln zweier verschiedenen Zahlen weniger, als die Differenz der Quadrate dieser Wurzeln?

69. Wie heißt das Produkt, welches die fünfte und dritte Wurzel einer Zahl zu Faktoren hat?

70. Wie groß ist der Unterschied zwischen zwei gleichnamigen Potenzen, deren Dignanden **a** und **b** sind?

71. Jemand soll aus der Zahl **a** eine Wurzel ziehen, aber er weiß noch nicht, welche. Wie muß er dieß nun anzeigen?

72. Zwei Zahlen, von welchen die eine **a** und um **1** kleiner als die andere ist, seien die Dignanden von zwei ungleichnamigen Potenzen. Um wie viel übertrifft das Produkt dieser Potenzen die Summe der Quadrate eben dieser Potenzen?

73. Die Exponenten zweier verschiedenen Potenzen von **a** differiren von einander um zwei Einheiten. Wie heißt nun das Produkt dieser Potenzen, wenn der kleinere Exponent **x** ist?

74. Wenn der Dignand **f** mit **x** potenzirt wird; womit muß dann die erhaltene Potenz dividirt werden, um zum Quotienten a) f^m, b) f^{-2m} zu erhalten?

75. Wie groß ist der Unterschied zwischen dem doppelten Logarithmus einer Zahl und dem Logarithmus von dem Doppelten dieser Zahl?

76. Was erhält man, wenn die Zahl **a** durch **p** logarithmirt, und hierauf der erhaltene Logarithmus mit **p** potenzirt wird?

77. Was erhält man, wenn eine Trillion durch 10 logarithmirt wird?

78. Was erhält man, wenn in einem logarithmischen Systeme, dessen Basis 4 ist, der Logarithmus von der Zahl **x** mit **b** logarithmirt wird?

79. Jemand hat eine logarithmische Gleichung aufgelöst und als Werth derselben den Quotienten der Logarithmen zweier Zahlen, von welchen die eine um 8 größer als die andere ist, erhalten. Wie heißt nun dieser Werth, wenn er mehr als die Einheit betragen soll?

80. Wenn **p** durch **b** logarithmirt wird, so erhält man die Zahl **m**. Nun entsteht die Frage: welche Zahl dann zum Vorscheine komme, wenn umgekehrt **b** durch **p** logarithmirt wird?

b. Antworten.

1) $\left(m - \frac{3}{2}\right) . x$.

2) $\frac{a}{5x} + \frac{b}{6x}$.

3) $\frac{m-30}{3}$ Schafe.

4) $\left(\frac{4}{5}x - 10\right)$ fl.

5) $\frac{3}{4}(x-3)$ fl.

6) $\frac{x-10}{3}$ Jahre betrug das Alter des Sohnes.

7) $\frac{b}{n}$ Meilen.

8) $\frac{3x^2}{32}$.

9) $(10x + 18)$ Kreuzer.

10) $\frac{5x}{3}$ fl.

11) $\frac{17x - 16\,800}{144}$ fl.

12) $\left(a + \frac{x}{3} + 400\right)$ fl.

13) a) $\frac{ap}{100}$ fl.; b) $\frac{nap}{100}$ fl. und c) $\frac{5\ ap}{1200}$ fl.

14) $\frac{x + 4a}{100}$ fl., wenn x den größern Theil bezeichnet.

15) $42{,}9\,x$ fl.

16) $(4x - 1)$ Thlr. bei x Würfen.

17) $\frac{35x - 37000}{48}$ fl.

18) $\frac{(m+x).(n-m)}{n-x}$.

19) $\frac{m+3a(n+1)}{3n}$.

20) $\frac{60}{x+3}$ fl.

21) Jetzt $\frac{9}{10}$ x fl. und früher $\frac{14}{15}$ (x—300) fl.

22) $\frac{11x}{84}$ kr.

23) $\left(700+\frac{10}{11}x\right)$ fl.

24) $\frac{100a}{104\frac{2}{3}}$ fl. $=\frac{150}{157}$ a fl.

25) $\left(\frac{100a}{102,5}+\frac{100b}{104,5}+\frac{100c}{108}+\frac{100d}{112}\right)$ fl.

26) a) $\left(\frac{9}{8}\right)^2.x$; b) $\left(\frac{9}{8}\right)^5.x$ und c) $\left(\frac{9}{8}\right)^n.x$.

27) a) $\frac{121x-10500}{100}$ fl.; b) $\frac{14641x-2320500}{10000}$ fl.

28) $\left(\frac{m+1}{m}\right)^n.a$ fl.

29) $1\frac{2}{5}$ x fl.

30) $\frac{343}{125}$ x oder $\left(\frac{7}{5}\right)^3.x$ fl.

31) $ab+c$.

32) Entweder durch xy oder durch $bm.(x-y)$.

33) $100a+10b+c$.

34) $1000x+100x+10x+x$.

35) $10000x+1000(x+1)+100(x+2)+10(x+3)+(x+4)$.

36) Die eine $1000x+100y+10z+u$;
die andere $1000u+100z+10y+x$.

37) $900x+90y+9z+w$.

38) $11x+2y$.

39) A behielte (x—m) fl., und B hätte 2 (x—m) fl.

40) (4x+2y—2) kr.

41) In der rechten Hand $4x - 8y$ und in der linken $9y - 3x$, wenn anfänglich x in der rechten Hand war.

42) $\left(\frac{ax}{n} + p\right)$ fl.

43) $x.(x-2)$ fl. wurden ausgetheilt.

44) a) $\frac{a}{x}$ fl.; b) $\frac{a}{x-3}$ fl. und c) $\frac{a}{x}(x-b)$ fl.

45) A hat $\frac{n(y+1)(p-x)}{100}$ und B $\frac{x\,y.(n+2)}{100}$ fl. Zins, wenn B x fl. anlegte, erhalten.

46) $\frac{(x+1000).\left(y+\frac{19}{2}\right)}{10}$ fl. an Capital und Zins.

47) $\left(\frac{x}{20} + 4000\right)$ fl., wenn A x fl. Capital besaß.

48) Um $\frac{2xy - 3x - ay}{100}$ fl., wenn A x fl. besitzt.

49) $\frac{p(m-n)(x+b)}{100}$ fl. Zins.

50) $(x+1).(y-18)$ kr.

51) a) $3z(x-y)$; b) $\frac{3x}{2y+2z}$; c) $\frac{3x+4y+5z}{6(x-z)}$;

d) $\frac{x}{y-z} + \frac{y}{x-z} + \frac{z}{x-y}$ und e) $2a - x - z$.

52) a) In dem einen $15x$ und in dem andern $10y$ Loth;

b) $12(x+y)$ Loth und c) $\frac{x+6y}{32}$ oder $\frac{4(x+y)}{32}$ Pfund.

53) a) Um $\frac{m(m-2)}{2}$; b) um $\frac{m(4-m)}{4}$.

54) $\sqrt[3]{(x^3-a)^2}$.

55) $\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{9}y^2$.

56) $4xy - 2(x^2+y^2)$.

57) $\frac{x}{x^2-2}$.

58) $2x^2+2\,dx+d^2$.

59) (x^2+7) kr.

60) $5\,\frac{1}{2}\,(n-x)^2$ fl.

61) $(10\,x+y)\,(10x+y-1)$.

62) $(100x+10\,y+z)^2.\ (100\,x+10\,y+z-1)$.

63) Bei a) $\sqrt{x}$ und bei b) $\sqrt[12]{x}$.

64) Um $x-\sqrt{x}$.

65) Bei a) $\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}$ und bei b) $\sqrt[3]{\frac{1}{x}}-\sqrt{\frac{1}{x}}$.

66) Um $(m-x).(2x-m)$.

67) $121\,x^4$ pf.

68) Um $\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[5]{y}\right).\left(\sqrt[5]{x}+\sqrt[3]{y}-1\right)$.

69) $\sqrt[15]{x^8}$.

70) a^x-b^x.

71) Durch $\sqrt[x]{a}$.

72) Um $a^x.\,(a+1)^y-(a^{2x}+(a+1)^{2y})$.

73) a^{2x+2}.

74) a) f^{x-m} und b) f^{x+2m}.

75) $\log\frac{x}{2}$.

76) $\left(\overset{p}{\log}a\right)^p$.

77) $\overset{10}{\log}\,10^{18}=18$.

78) $\overset{b}{\log}\,(\overset{4}{\log}\,x)$.

79) $\frac{\log\,(x+8)}{\log x}$.

80) $\overset{p}{\log}\,b=\frac{1}{m}$.

II. Abschnitt.

Uebungen im Uebersetzen einfacher und zusammengesetzter mathematischer Sätze.

§. 10.

Bisher wurden Uebungen zum Uebersetzen aus der Wortsprache in die mathematische Zeichensprache gegeben; nun sollen umgekehrt die in diesem Paragraphe in die mathematischen Zeichensprache ausgesetzten Beispiele in die Wortsprache übertragen werden.

Viele dieser Beispiele lassen nebst der wörtlichen Uebersetzung auch noch mannigfaltige Worteinkleidungen zu. Eben dieser Mannigfaltigkeit wegen unterlasse ich, dergleichen Uebersetzungen beizufügen, um so mehr als die Beispiele in den vorhergehenden Paragraphen die meisten der hier vorkommenden Uebersetzungs- oder Worteinkleidungsarten enthalten. Uebrigens empfehle ich, was die Bedeutung der mathematischen Zeichen, sowie das Zergliedern oder Analysiren eines mathematischen Ausdruckes betrifft, die Einleitung in meine Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben — zweite Auflage, Augsburg 1845 bei Himmer.

Wer in dieser doppelten Art zu übersetzen einige Fertigkeit erlangt hat, der wird die später folgenden zusammengesetzten Aufgaben mit Leichtigkeit und Sicherheit aus der Wortsprache in die mathematische Sprache übertragen.

a) Summen, Differenzen, Produkte und Quotienten.

1) $a+1$; $a+2$; $a+n$; $a+a$.
2) $a-1$; $a-2$; $a-n$; $a-a$.
3) $a\times1$; $a\times2$; $a\times n$; $a\times a$.
4) $a:1$; $a:2$; $a:n$; $a:a$.
5) $1a$; $2a$; $3a$; na; aa.
6) $\frac{a}{1}$; $\frac{a}{2}$; $\frac{a}{3}$; $\frac{1}{4}a$; $\frac{a}{n}$; $\frac{a}{a}$.
7) $na\pm2$; $na\pm n$; $na\pm a$; $na\pm3a$; $2\pm3a$; $3\pm na$.
8) $x\pm\frac{1}{3}$; $x\pm\frac{x}{3}$; $x.\frac{1}{3}x$; $x\times\frac{1}{3}$.
9) $a+b$; $2a+2b$; $2(a+b)$; $na+nb$; $n(a+b)$.
10) $a-b$; $2a-2b$; $2(a-b)$; $na-nb$; $n(a-b)$.
11) $(a+b)+(a-b)$; $(a+b)-(a-b)$.
12) $(a+b)+(x+y)$; $(a+b)-(x+y)$; $(a-b)\pm(x-y)$.
13) xy; $2xy$; $3xy$; $2x.\,2y$; $nx.\,ny$.
14) $(a+b)\times(x+y)$; $ab+xy$; $(a-b)\times(x-y)$; $ab-xy$.
15) $(a+b)\times(a-b)$; $(a+b)\times(x-y)$; $ab.\,xy$.
16) $ab+(a+b)$; $ab-(a+b)$; $(a+b)-ab$; $mab\pm(a\pm b)$.
17) $ab+(a-b)$; $ab-(a-b)$; $(a-b)-ab$; $ab\pm m(a\pm b)$.
18) $ab\times(a+b)$; $ab\times(a-b)$; $nab\times(a\pm b)$; $ab\times n(a\pm b)$.
19) $\frac{x}{y}$; $3.\frac{x}{y}$; $n.\frac{x}{y}$; $\frac{1}{2}.\frac{x}{y}$; $\frac{x:y}{3}$; $\frac{x:y}{n}$.
20) $\frac{1}{2}(a\pm b)$; $\frac{1}{2}a\pm\frac{1}{2}b$; $\frac{x+y+z}{n}$; $\frac{x}{n}+\frac{y}{n}+\frac{z}{n}$.
21) $\frac{x}{x+a}$; $\frac{x-a}{x}$; $\frac{mx+a}{x}$; $\frac{mx}{x-a}$.
22) $\frac{a+b}{x+y}$; $\frac{a}{b}+\frac{x}{y}$; $\frac{a-b}{x-y}$; $\frac{a}{b}-\frac{x}{y}$; $\frac{a+b}{x-y}$; $\frac{a-b}{x+y}$.
23) $\frac{x}{y}\pm(x+y)$; $\frac{x}{y}\pm(x-y)$; $(x-y)\pm\frac{x}{y}$.
24) $\frac{x}{y}\times(x+y)$; $\frac{x}{y}\times(x-y)$; $\frac{x}{y}:(x\pm y)$.

25) $xy : \frac{x}{y}$; $\frac{x}{y} : xy$; $xy : (x + y)$; $\frac{xy}{x - y}$; $\frac{x \pm y}{xy}$.

26) $xy + \frac{x}{y}$; $xy - \frac{x}{y}$; $\frac{a}{b} : \frac{x}{y}$; $m\left(\frac{x}{y} : \frac{a}{b}\right)$.

27) $\frac{x}{y} \times \frac{a}{b}$, $\frac{xy}{ab}$; $m. \left(\frac{x}{y} \times \frac{a}{b}\right)$; $m. \frac{xy}{ab}$.

28) $\left(m. \frac{x}{y}\right) : (x + y)$; $\frac{x}{y} : \left(m. (x \pm y)\right)$; $(x + y) : \left(m. \frac{x}{y}\right)$;
$\left(m. (x \pm y)\right) : \frac{x}{y}$.

29) $\frac{2abc}{a + b + c}$; $\frac{a + b + c}{2abc}$; $\frac{abc}{2(a + b + c)}$; $\frac{2(a + b + c)}{abc}$.

30) $m(a + b + c) : \frac{1}{2} abc$; $mabc : \frac{1}{2} (a + b + c)$;
$\frac{m(a + b + c) : abc}{2}$; $\frac{mabc \times (a + b + c}{2}$.

b. Potenzen und Wurzeln.

31) $m \times 2$; $m \times m$; $m. m. m. \ldots . x$; m^2; 2^m.

32) $(a \pm b)^m$; $a^m \pm b^m$; $(a^m \pm b^m)^m$; $m^{a \pm b}$; $m^{(a \pm b)^m}$.

33) $(ab)^x$; $a^x \times b_x$; $a_x. b^x)^x$; x^{ab}, $x^{(ab)^x}$.

34) $(3a^2)^3$; $(3a^3)^2$; $3(a^2)^3$; $3(a^3)^2$; $((3a)^2)^3$; $((3a)^3)^2$.

35) $(x^m)^2$; $(x^2)^m$; $(m^2)^x$; $(m^x)^2$; $(2^x)^m$; $(2^m)^x$.

36) x^{m^2}; x^{2^m}; m^{2^x}; m^{x^2}; 2^{x^m}; 2^{m^x}.

37) $2(x^6 \pm y^6)$; $2x^6 \pm 2y^6$; $(2.(x \pm y))^6$; $2(x \pm y)^6$; $(2x)^6 \pm (2y)^6$;
$(2x \pm 2y)^6$.

38) $(ab)^6 \pm (xy)^6$; $(ab \pm xy)^6$; $(a \pm b)^6 \times (x \pm y)^6$; $((a \pm b) \times (x \pm y))^6$.

39) $\left(\frac{x}{y}\right)^m$; $\frac{x^m}{y^m}$; $p. \left(\frac{x}{y}\right)^m$; $\left(p. \frac{x}{y}\right)^m$; $\frac{px^m}{py^m}$; $\frac{(px)^m}{(py)^m}$.

40) $(xy)^6 \pm \left(\frac{x}{y}\right)^6$; $\left(xy \pm \frac{x}{y}\right)^6$; $(x \pm y)^6 \times \left(\frac{x}{y}\right)^6$;
$\left((x \pm y) \times \frac{x}{y}\right)^6$; $(xy \times (x \pm y))^6$; $(x \pm y)^6 : (xy)^6$;
$((x \pm y) : xy)^6$.

41) $\sqrt[m]{3a}$; $3\sqrt[m]{a}$; $\sqrt[3m]{a}$; $3m\sqrt{a}$; $3\sqrt{ma}$; $\sqrt{3ma}$.

42) $\sqrt[3]{4a^2}$; $4\sqrt[3]{a^2}$; $4\left(\sqrt[3]{a}\right)^2$; $\left(4\sqrt[3]{a}\right)^2$; $\left(\sqrt[3]{4a}\right)^2$.

43) $\sqrt{a} \pm \sqrt{b}$; $\sqrt{a \pm b}$.

44) $\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{b}\right)$; $\frac{1}{2}\sqrt[3]{a} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{b}$; $\frac{1}{2}\sqrt[3]{a-b}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{2}(a-b)}$;
$\sqrt[3]{\frac{1}{2}a} - \sqrt[3]{\frac{1}{2}b}$.

45) $6\sqrt{x+3}$; $6\left(\sqrt{x}+3\right)$; $6\sqrt{x}+3$.

46) $\sqrt{6(x+3)}$; $\sqrt{6x+3}$; $\sqrt{6x}+3$.

47) $x+\sqrt{x}$; $x-\sqrt{x}$; $\sqrt{x}-x$; $\left(x+\sqrt{x}\right)-\left(x-\sqrt{x}\right)$.

48) $\sqrt[m]{ab}$; $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b}$; $a\sqrt[m]{a}$; $b^m\sqrt[m]{b}$.

49) $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$; $\sqrt{\frac{x}{y}}$; $\frac{x}{\sqrt{x}}$; $\frac{\sqrt{y}}{y}$.

50) $\sqrt[3]{(x \pm y)^2}$; $\sqrt[3]{x^2 \pm y^2}$; $\left(\sqrt[3]{x \pm y}\right)^2$; $\left(\sqrt[3]{x} \pm \sqrt[3]{y}\right)^2$;
$\sqrt[3]{x^2} \pm \sqrt[3]{y^2}$; $\left(\sqrt[3]{x}\right)^2 \pm \left(\sqrt[3]{y}\right)^2$.

51) $\frac{\sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b}}{\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b}}$; $\frac{\sqrt[m]{a+b}}{\sqrt[m]{ab}}$; $\sqrt[m]{ab} + \sqrt[m]{\frac{a}{b}}$;

$$\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} + \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}; \quad (\sqrt[m]{a} + \sqrt[m]{b}) \times \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}};$$

$$\sqrt[m]{a+b} \times \sqrt[m]{\frac{a}{b}}.$$

c. Logarithmen.

Bei allen Beispielen, in welchen die Basis des logarithmischen Systems nicht angezeigt wurde, ist die Wahl derselben beliebig.

52) $\overset{b}{\log} a$; $\overset{a}{\log} b$; $\overset{a+1}{\log} b$; $\overset{10}{\log} 4$; $\overset{a}{\log} \left(\overset{b}{\log} m\right)$.

53) $\log a \pm \log b$; $\log (a \pm b)$; $\log (\log a \pm \log b)$.

54) $3 \log (\log a)$; $\log (3 \log a)$; $\log (\log 3a)$.

55) $(\log \log a)^m$; $\log (\log a)^m$; $\log (\log a^m)$.

56) $\log ab$; $\log a \times \log b$; $\log (\log a \times \log b)$.

57) $\log \frac{a}{b}$; $\frac{\log a}{\log b}$; $\log \left(\log \frac{a}{b}\right)$; $\log \left(\frac{\log a}{\log b}\right)$.

58) $2 \log a$; $\log 2a$; $(\log a) \times 2$; $(\log 2) \times a$.

59) $\log a^2$; $(\log a)^2$; $\overset{2}{\log} a$.

60) $(m \log x)^3$; $m (\log x)^3$; $m \log x^3$; $\log mx^3$; $\log (mx)^3$.

61) $m (\log a \pm \log b)$; $m \log a \pm m \log b$; $m \log (a \pm b)$; $\log ma \pm \log mb$; $\log m (a \pm b)$; $\log (ma \pm mb)$.

62) $\log a^3 \pm \log b^3$; $(\log a)^3 \pm (\log b)^3$; $\log (a^3 \pm b^3)$; $\log (a \pm b)^3$; $(\log a \pm \log b)^3$.

63) $\log \left(\frac{a}{b}\right)^m$; $\log \frac{a^m}{b^m}$; $\left(\log \frac{a}{b}\right)^m$; $\left(\frac{\log a}{\mathrm{fog}\, b}\right)^m$; $\frac{\log a^m}{\log b^m}$; $\frac{(\log a)^m}{(\log b)^m}$; $\frac{\log a^m}{(\log b)^m}$; $\frac{(\log a)^m}{\log b^m}$.

64) $\log \frac{xy}{x+y}$; $\frac{\log xy}{\log (x+y)}$; $\log (x+y) \times \log \frac{x}{y}$; $\log xy + \log \frac{x}{y}$.

65) $\log \sqrt[5]{x}$; $\sqrt[5]{\log x}$.

66) a) $\log \sqrt[8]{(x \pm y)^5}$; $\log \sqrt[8]{x^5 \pm y^5}$; $\log \left(\sqrt[8]{x \pm y}\right)^5$;

$\log \left(\sqrt[8]{x} \pm \sqrt[8]{y}\right)^5$; $\log \left(\sqrt[8]{x^5} \pm \sqrt[8]{y^5}\right)$;

$\log \left(\left(\sqrt[8]{x}\right)^5 \pm \left(\sqrt[8]{y}\right)^5\right)$.

b) $\sqrt[8]{\log (x \pm y)^5}$; $\sqrt[8]{(\log (x \pm y))^5}$; $\sqrt[8]{\log (x^5 \pm y^5)}$;

$\sqrt[8]{\log x^5 \pm \log y^5}$; $\sqrt[8]{(\log x)^5 \pm (\log y)^5}$; $\sqrt[8]{(\log x \pm \log y)^5}$.

c) $\left(\log \sqrt[8]{x \pm y}\right)^5$; $\left(\sqrt[8]{\log (x \pm y)}\right)^5$; $\left(\log\left(\sqrt[8]{x} \pm \sqrt[8]{y}\right)\right)^5$;

$\left(\log \sqrt[8]{x} \pm \log \sqrt[8]{y}\right)^5$; $\left(\sqrt[8]{\log x} \pm \sqrt[8]{\log y}\right)^5$;

$\left(\sqrt[8]{\log x \pm \log y}\right)^5$.

d) $\log \sqrt[8]{x^5} \pm \log \sqrt[8]{y^5}$; $\log \left(\sqrt[8]{x}\right)^5 \pm \log \left(\sqrt[8]{y}\right)^5$;

$\left(\log \sqrt[8]{x}\right)^5 \pm \left(\log \sqrt[8]{y}\right)^5$; $\left(\sqrt[8]{\log x}\right)^5 \pm \left(\sqrt[8]{\log y}\right)^5$;

$\sqrt[8]{(\log x)^5} \pm \sqrt[8]{(\log y)^5}$; $\sqrt[8]{\log x^5} \pm \sqrt[8]{\log y^5}$.

d. Gleichungen.

Anstatt Uebersetzungen von den hier folgenden Gleichungen zu geben, verweise ich durch die eingeklammerten Zahlen auf ähnliche oder verwandte Aufgaben, welche unter den fortlaufenden Nummern der Aufgaben des III. Abschnitts zu suchen sind.

67) $65 - x = x + 9$.
68) $p - x = x + a$. } (33; 34)

69) $x = 7 . (176 - x)$ oder auch $7x = 176 - x)$.
70) $x = m(p - x)$. } (38; 39; 40).

71) $7x = 3.(130 - x)$. (57; 59; 60; 64; 71)

72) $\frac{x}{8} + \frac{315 - x}{7} = 42$. (32; 35; 36; 48; 159; 160; 161)

73) $\frac{x - 2}{17} = 12$. (469; 473; 474)

74) $\frac{1}{2} \cdot (36 + x) = 7 + x$. (96; 98; 101; 102; 109; 110)

75) $60 - x = 2x - 60$. (97)

76) $\frac{8}{9} x = x - 14$. (69; 119)

77) $\frac{x}{3} + \frac{x}{5} + \frac{3x}{8} = 158$. (1; 6; 7; 155; 156)

78) $\frac{1}{6} x + \frac{2}{3} x + \frac{5}{2} x = 360$. (26; 65; 70; 79; 80)

79) $\frac{7}{8} x - \frac{3}{5} x = 200$. (121; 122; 123; 169; 170; 171; 172)

80) $\frac{3}{4} x = \frac{2}{3}(x + 12)$. (81; 129; 130; 165; 167; 168)

81) $\frac{7}{8} x = \frac{5}{6}(x + 300) - 200$. (124; 125; 126)

82) $\begin{cases} 1)\ \frac{x + y}{3} = a. \\ 2)\ 4.(x - y) = b. \end{cases}$ (199)

83) $\begin{cases} 1)\ x - y = 40. \\ 2)\ \frac{x}{y} = 7. \end{cases}$ (197; 198)

84) $\begin{cases} 1)\ \frac{x + a}{y + a} = \frac{m}{n} \\ 2)\ \frac{x - a}{y - a} = \frac{p}{q} \end{cases}$ (205; 206; 207)

85) $\begin{cases} 1)\ x + a = y - a. \\ 2)\ y + a = m(x - a). \end{cases}$ (219; 221; 222)

86) $\begin{cases} 1)\ ax + by = p. \\ 2)\ cx + dy = q. \end{cases}$ (226; 228; 230; 231; 232; 234; 236; 245; 249)

87) $\begin{cases} 1)\ x + y = a. \\ 2)\ \frac{m}{n}x + \frac{p}{q}y = b. \end{cases}$ (238; 240; 241; 242; 250; 252; 260; 261)

88) $\begin{cases} 1)\ \frac{(x+a).(y+1)}{100} = \frac{xy}{100} + b. \\ 2)\ \frac{(x-c).(y+2)}{100} = \frac{xy}{100} + d. \end{cases}$ (247; 256)

89) $\begin{cases} 1)\ (x+a)(y-b) = xy + c. \\ 2)\ (x-c)(y+d) = xy + g. \end{cases}$ (263; 264)

90) $\begin{cases} 1)\ x + y + z = p. \\ 2)\ bx + cy + dz = q. \\ 3)\ \frac{1}{m}x + \frac{a}{n}y + z = r. \end{cases}$ (270; 286; 287; 288)

91) $\begin{cases} 1)\ 100x + 10y + z + a = 100z + 10y + x. \\ 2)\ x + y + z = b. \\ 3)\ x + z = 2y. \end{cases}$ (277)

92) $\begin{cases} 1)\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a} \\ 2)\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{b} \\ 3)\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{c}. \end{cases}$ (280; 283)

93) $\frac{x}{3} \times \frac{x}{4} = 60.$ (353)

94) $\frac{1}{3}x^2 \pm \frac{1}{4}x^2 = 100.$ (354)

95) $x^2 \pm (x \pm 3)^2 = a \pm 6x.$ (351)

96) $\frac{a}{x^2} = p + \frac{b}{x^2}$. (358)

97) $mx^2 = (a - x)^2$. (360; 363)

98) $\frac{m(a - x)}{x} = \frac{px}{a - x}$. (369; 370; 371; 373)

99) $\begin{cases} 1)\ (10x + y)^2 - (10x + y) = a. \\ 2)\ (10x + y)^2 + (10y + x) = b. \end{cases}$ (376)

100) $x \cdot (x - 1) = a$. (389; 392; 395; 406)

101) $x^2 - a = a - (b - x)^2$. (402)

102) $\frac{a}{x} = \frac{a}{x - 2} + b$. (409; 413; 414; 420; 421)

103) $a^x = b$. (562; 563; 651; 652; 703)

104) $\frac{a^x}{b^{x-1}} = p$. (580; 581)

III. Abschnitt.

Uebungen in der Formation zusammengesetzter mathematischer Sätze.

§. 11.

Aufgaben zu Gleichungen vom ersten Grade.

A. Mit einer unbekannten Größe.

1. Wie heißt die Zahl, deren Hälfte, vierter und fünfter Theil zusammen 95 betragen?

Auflösung. Man bezeichne diese Zahl mit x, folglich die Hälfte mit $\frac{x}{2}$, den vierten Theil mit $\frac{x}{4}$ und den fünften Theil derselben mit $\frac{x}{5}$, dann ergibt sich, da diese drei Theile, zusammen addirt, gerade 95 betragen sollen, folgende Gleichung:

Theile = Ganzes

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = 95$$

$$x = 100.$$

2. Wie heißt jene Zahl, welche den nämlichen Unterschied bewirkt; man mag ihr Vierfaches von dem Bruche $\frac{1}{4}$, oder diesen von jenem abziehen?

Aufl. Unterschied = Unterschied

$$4x - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - 4x.$$

$$x = \frac{1}{16}.$$

3. Wie heißt die Zahl, deren dritter, zehnter und zwölfter Theil zusammen um 58 geringer sind, als die Zahl selbst?

Aufl. Theile = Ganzes

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{10} + \frac{x}{12} + 58 = x.$$

$$x = 120.$$

4. Nimmt man den dritten, achten und zwölften Theil einer Zahl von der Zahl selbst hinweg, dann fehlen dieser, auch dreifach genommenen Differenz, doch noch 80 an dem Doppelten der gedachten Zahl? Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Doppeltes = Werth desselben

$$2x = 3.\left(x - \left(\frac{x}{3} + \frac{x}{8} + \frac{x}{12}\right)\right) + 80$$

$$x = 128.$$

5. Die Differenz zwischen dem m^{ten} und n^{ten} Theile einer Zahl ist dem Quadrate dieser Zahl gleich. Welche Zahl ist es?

Aufl. Differenz = Quadrat

$$\frac{x}{m} - \frac{x}{n} = x^2$$

$$x = \frac{n-m}{mn}.$$

6. Der dritte und vierte Theil einer Zahl betragen zusammen um den achten Theil eben dieser Zahl weniger als 34. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. 48.

7. Wenn man den vierten, fünften und zehnten Theil einer Zahl von 33 subtrahirt, so erhält man keinen Rest. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. 60.

8. Durch welche Zahl muß 86 getheilt werden, damit der Quotient so groß, als die Summe der Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{7}$ und $\frac{1}{8}$ werde?

Aufl. Durch 112.

9. Wird 22 durch das Dreifache und 24 durch das Fünffache einer und derselben Zahl dividirt, so erhält man in der Summe dieser Quotienten um 1 mehr, als man erhält, wenn man 107 durch 75 theilt. Wie groß ist nun jene Zahl?

Aufl. 5.

10. Man suche jene Zahl, deren vierter, fünfter und sechster Theil zusammen die Hälfte der Zahl um 112 übertreffen?

Aufl. 960.

11. Durch welche Zahl muß 109 getheilt werden, damit dem Quotienten nur 1 abgehe an der Summe der zwei Brüche $\frac{5}{2}$ und $\frac{50}{3}$?

Aufl. Durch 6.

12. Man suche eine Zahl von solcher Beschaffenheit, daß das Produkt der beiden Hälften dieser Zahl dem Produkte aus deren drei Dritteln gleich komme. Welche Zahl ist es?

Aufl. $6\frac{3}{4}$.

13. Wenn man zur Hälfte, zum dritten, vierten und zwölften Theile einer Zahl noch dreißig addirt, so ist diese Summe noch einmal so groß, als die gedachte Zahl. Wie heißt diese?

Aufl. 36.

14. **A** und **B** legen Geld zusammen; **A** leiht dreimal so viel als **B**, aber auf kürzere Zeit her. Am Ende machten sie einen Gewinn von 20000 fl., wovon auf **A** 3000 fl. trafen. Nach dieser gemachten Theilung besaßen Beide gleich viel; wie groß war nun das angelegte Capital?

Aufl. **B** hatte 7000 und **A** 21000 fl., also beide zusammen 28000 fl.

15. Wie viele Schafe hast du, fragte **A** den **B**. Hierauf antwortete dieser: „Wenn ich dir den vierten und fünften Theil meiner Schafe geben würde, dann hättest du nur um 20 Schafe mehr, als mir blieben.“ Wie viele Schafe muß nun **B** haben, wenn **A** 40 Schafe hat?

Aufl. 200 Schafe.

16. Als **A** gerade 200 Schafe hatte, sagte zu ihm **B**: „Wenn ich auch den dritten und vierten Theil meiner Schafe verkaufen würde, so hätte ich doch noch 300 Schafe mehr, als du jetzt hast.“ Wie viele Schafe hatte **B**?

Aufl. 1200 Schafe.

17. Ein Herr setzt bei einem Spiele und gewinnt, so daß er nach diesem Spiele nochmal so viel Geld als vor demselben hat; deßhalb schenkt er seinem Diener einen Gulden. Hierauf setzt er wieder und gewinnt, so daß er jetzt nochmal so viel besitzt, als er vor dem zweiten Spiele besaß. Er schenkt abermals einen Gulden seinem Diener. Nun setzt er zum dritten Male all sein noch übri-

ges Geld und hat, obgleich er dasselbe wieder verdoppelt, doch am Ende dieses Spieles nicht mehr als einen Gulden für sich. Wie viel Geld besaß er vor dem ersten Spiele?

Aufl. $\frac{7}{8}$ fl.

18. Ein Mädchen geht mit Eiern auf den Markt und kann, da einige inzwischen zerbrochen waren, nur noch 40 Eier verkaufen. Ein Andersmal nimmt sie 46 Eier mit und verkauft, weil ihr nur halb so viel, als das erste Mal zu Grunde gingen, gerade so viel als sie das erste Mal mitgenommen hatte. Wie viele Eier hat sie nun das zweite Mal verkauft?

Aufl. 44 Eier.

19. Wie viele Studenten sind an der Anstalt N., fragte ein Durchreisender. Man gab ihm zur Antwort: „Drei Viertheile von den Studenten sind Inländer, ein Fünftheil besteht aus Ausländern, und 30 sind Hospitanten." Wie viele Studenten waren nun an der Anstalt?

Aufl. 600 Studenten.

20. Jemand bestimmt $\frac{3}{5}$ seines Vermögens den Verwandten, $\frac{1}{4}$ der Schule, $\frac{1}{10}$ den Armen, 300 fl. zur Aussteuer eines armen braven Mädchens und die noch übrigen 100 fl. zur Deckung der Leichenkosten. Wie groß war nun sein Vermögen?

Aufl. 8000 fl.

21. Jemand wird in einem Testamente als Universalerbe unter der Bedingung eingesetzt, daß er $\frac{1}{5}$ von der Verlassenschaft an die Schulen des Ortes, $\frac{1}{8}$ an die Pfarrkirche und 400 fl. an das Waisenhaus bezahle; hierauf werden ihm noch $\frac{2}{3}$ von der ganzen Verlassenschaft bleiben. Wie groß war diese?

Aufl. 48000 fl.

22. Drei Pferde werden um 400 fl. gekauft: das zweite Pferd kostete 20 fl. mehr als das erste, und das dritte noch einmal so viel als das zweite. Wie hoch kam jedes Pferd?

Aufl. Das erste kostete 85, das zweite 105 und das dritte 210 Gulden.

23. Von der Sonne ist der Planet Venus $1\frac{7}{8}$ mal weiter als Merkur entfernt; die Erde $1\frac{2}{5}$, und Mars $2\frac{1}{15}$ mal weiter als Venus; Jupiter $5\frac{1}{7}$ mal weiter als die Erde; Saturnus $6\frac{11}{31}$ mal weiter als Mars, und Uranus ist 396 Millionen Meilen, d. i. um 16 Millionen Meilen weiter von der Sonne entfernt, als die Entfernungen der übrigen sechs Planeten zusammen betragen. Wie weit ist nun jeder dieser Planeten von der Sonne entfernt?

Aufl. Merkur 8, Venus 15, Erde 21, Mars 31, Jupiter 108 und Saturnus 197 Millionen Meilen.

24. Wenn man den Pariser-Fuß in 144 gleiche Theile theilt, so treffen auf den bayerischen 4 solche Theile mehr als auf den Leipziger, auf den schwedischen 2 mehr als auf den bayerischen und auf den Londoner-Fuß 4 mehr als auf den schwedischen; zugleich ist dieser $1\frac{2}{25}$ mal größer als der Leipziger-Fuß. Wie viele solche Theile treffen auf jedes der genannten Fußmaße?

Aufl. Auf den Leipziger-Fuß 125, auf den bayerischen 129, auf den schwedischen 131, auf den Londoner 135.

25. Drei Personen kaufen miteinander ein Pferd: **A** gibt dazu her 48 fl. und noch so viel, als der vierte Theil von dem, was **C** hergibt, beträgt; **B** gibt so viel als **A** und außerdem noch halb so viel als **C**. Der Beitrag des **C** aber beträgt um drei

Fünftheile von dem, was **A** gab, weniger als der des **B**. Was kostete nun das Pferd?

Aufl. 192 fl.

26. Drei Spieler verloren miteinander 82 fl. **A** verlor so viel, als er bei sich hatte; **B** verlor 10 fl. und noch ein Fünftheil so viel, als **A** verlor; **C** dagegen verlor am meisten, indem sein Verlust so viel als der des **B** und noch $\frac{2}{3}$ von dem des **A** betrug. Wie viel hatte nun jeder verloren?

Aufl. **A** hat 30 fl.; **B** 16 und **C** 36 fl. verloren.

27. Jemand hat eben so viele Kronenthaler (à 2,7 fl.) als Bayerthaler (à 2,4 fl.), welche zusammen 510 fl. betragen. Wie viele Stücke hat er in jeder Sorte?

Aufl. In jeder Sorte 100 Stücke.

28. Ein Vater kauft für seine drei Kinder Aepfel; sechs davon behält er für sich, aus den übrigen macht er drei ungleiche Häufchen und vertheilt diese nach dem Loose unter die Kinder. Als man nun fragte, wie viel jedes Kind bekommen habe, antwortete das erste: „Ich habe einen Apfel weniger bekommen, als der dritte Theil von den eingekauften Aepfeln beträgt;" das zweite: „Wenn der Vater drei Aepfel mehr gekauft hätte, dann könnte ich meinen Antheil für den dritten Theil erklären," und das dritte: „Ich habe einen Apfel mehr, als der sechste Theil des Einkaufs beträgt, erhalten." Wie viele Aepfel hatte der Vater gekauft, und wie viele bekam jedes Kind?

Aufl. Der Vater hatte 42 Aepfel gekauft; das erste Kind bekam 13, das zweite 15 und das dritte 8.

29. Mein Vermögen besteht in 4600 fl., sagte der sterbende Mann zu seiner Frau. Hievon soll, wenn du einen Sohn gebärst, dieser noch einmal so viel bekommen, als du erhälst; gebärst du aber eine Tochter, so soll diese den vierten Theil von dem für den Sohn bestimmten Antheil erhalten. Nun gebar die Frau einen Sohn und eine Tochter. Wie viel muß also jedes nach dieser Bestimmung erhalten?

Aufl. Die Mutter 1600 fl.; der Sohn 2400 fl. und die Tochter 600 fl.

30. Man theile die Zahl 100 so in zwei Theile, daß, wenn man den größern Theil mit 5 und den kleinern mit 10 multiplicirt, die Differenz dieser Produkte 200 betrage. Wie heißen die Theile?

Aufl. Der größere Theil sei x, so ist der kleinere 100 — x, und es heißt nun das erste Produkt 5 x und das zweite 10. (100—x); die Differenz dieser Produkte drückt sich durch 5 x — 10. (100 —x) aus, und da sie gerade 200 beträgt, so hat man:

$$\text{Differenz} = \text{Differenz}$$
$$5x - 10.(100 - x) = 200.$$
$$x = 80;$$

also ist der kleinere Theil oder $100 - x = 20$.

31. Eine Heerde, welche aus Schafen und Ziegen — zusammen aus 300 Stücken — besteht, soll verkauft werden. Der erste Käufer erbietet sich, jedes Schaf mit 5 fl. und jede Ziege mit 9½ fl., ein zweiter dagegen verspricht, Stück für Stück mit 6 fl. zu bezahlen. Der Eigenthümer findet, daß dieser um 75 fl. mehr geboten habe und schließt den Kauf. Aus wie viel Schafen und Ziegen bestand die Heerde?

Aufl. Die Anzahl der Schafe sei x, so ist die der Ziegen 300 — x. Nach dem Angebot des ersten Käufers bekäme der Verkäufer für die Schafe 5 x fl. und für die Ziegen $9\frac{1}{2}.(300-x)$ fl., also ist dessen ganzes Angebot $= (5x + 9\frac{1}{2}.(300-x))$ fl. Da der zweite Käufer für jedes Stück 6 fl. gibt, so beträgt sein ganzes Angebot 6. 300 oder 1800 fl. Nun ist aber letzteres um 75 fl. größer als ersteres, mithin muß sein:

$$\text{ersteres Angebot} = \text{Werth desselben}$$
$$5x + 9\frac{1}{2}.(300 - x) = 1800 - 75$$
$$x = 250;$$

die Anzahl der Ziegen ist also $300 - 250 = 50$.

32. Man theile die Zahl 204 in zwei ungleiche Theile, so daß, wenn der kleinere durch 6 und der größere durch 5 dividirt wird, die Quotienten zusammen 40 betragen. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der größere 180 und der kleinere 24.

33. Ein Sohn erkundigte sich bei einem Pfarrer um das Alter seiner Eltern, worauf ihm dieser zur Antwort gab: „Das Alter deiner Eltern beträgt jetzt 81 Jahre, und deine Mutter wird erst nach 12 Jahren so alt sein, als jetzt dein Vater ist.“ Wie alt war nun dessen Vater und Mutter?

Aufl. Der Vater $46\frac{1}{2}$ und die Mutter $34\frac{1}{2}$ Jahr.

34. Man theile die Zahl 200 so in zwei ungleiche Theile, daß der eine Theil um 17 größer als der andere sei. Welche Theile sind es?

Aufl. Der größere $108\frac{1}{2}$ und der kleinere $91\frac{1}{2}$.

35. Zerlegt man die Zahl 720 in zwei ungleiche Theile, und dividirt man den größern Theil durch 3 und den kleinern durch 5, so übertrifft der eine Quotient den andern um 112. Wie heißen nun die Theile?

Aufl. Der größere 480 und der kleinere 240.

36. Jemand gewinnt zwei Preise, die zusammen einen Werth von 27 fl. haben. Nimmt man den Werth des ersten Preises doppelt und den fünften Theil von dem des zweiten dreifach, so betragen diese Produkte zusammen 40 fl. Wie hoch war nun jeder Preis gewerthet?

Aufl. Der erstere auf 17 und der andere auf 10 fl.

37. **A** und **B** kamen zusammen, um miteinander eine Schuld von 650 fl. zu bezahlen. Unterwegs verlor **A** von seinem Gelde 24 fl., und dem **B** ward der vierte Theil seines Geldes gestohlen, deßhalb konnten sie nur 539 fl. an der Schuld tilgen. Wie viele Gulden betrug der Schuldantheil des **A** und des **B**?

Aufl. Bei A 302 fl. und bei B 348 fl.

38. Die Zahl 572 soll in zwei Theile so getheilt werden, daß der eine Theil $1\frac{1}{5}$ mal kleiner als der andere sei. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der größere 312 und der kleinere 260.

39. Man theile 180 so in zwei Theile, daß der kleinere der vierte Theil vom größern sei. Welches sind diese Theile?

Aufl. Der größere 144 und der kleinere 36.

40. Man theile die Zahl 25 so in zwei Theile, daß der größere 49 mal mehr als der kleinere betrage. Welche Theile sind dieß?

Aufl. Der größere $24\frac{1}{2}$ und der kleinere $\frac{1}{2}$.

41. Man theile 75 so in zwei Theile, daß der Unterschied der beiden Theile nur die Hälfte von dem Unterschiede zwischen der gegebenen Zahl und dem größern Theile derselben betrage. Wie heißen die Theile?

Aufl. Der größere 45 und der kleinere 30.

42. Die Zahl 100 ist so in zwei Theile zu theilen, daß das Vierfache des kleinern Theils und der 16te Theil des größern zusammen eine Zahl geben, die um 5 größer ist, als der größere der beiden Theile. Wie heißen diese?

Aufl. Der größere 80 und der kleinere 20.

43. Man zerlege den Bruch $\frac{1}{4}$ so in zwei Theile, daß, wenn man den ersten Theil mit 8 und den zweiten mit 4 multiplicirt, die Summe dieser Produkte den gegebenen Bruch um $1\frac{1}{2}$ übertreffe. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste $\frac{3}{16}$ und der zweite $\frac{1}{16}$.

44. Die Zahl 52 soll so in drei Theile zerlegt werden, daß die ersten beiden Theile einander gleich seien, die Hälfte des dritten Theiles aber den zweiten um 8 übertreffe. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste 9, der zweite 9 und der dritte 34.

45. Man theile 91 in drei Theile, so daß der zweite Theil $\frac{2}{3}$ vom ersten und der dritte $\frac{3}{4}$ vom zweiten Theile gleichkomme. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste 42, der zweite 28 und der dritte 21.

46. Man theile die Zahl 1040 so in drei Theile, daß der zweite Theil $2\frac{1}{4}$ mal so groß als der dritte, und daß der erste, wenn er auch durch 5 dividirt worden, doch noch dreimal so groß als die beiden andern zusammen genommen sei. Wie heißen die Theile?

Aufl. Der erste 975, der zweite 45 und der dritte 20.

47. Man hat 171 in drei Theile getheilt. Würde der dritte Theil mit 2 multiplicirt, und der zweite durch 3 dividirt, dann wären alle drei Theile einander gleich. Wie heißen dieselben?

Aufl. Der erste 38, der zweite 114 und der dritte 19.

48. Ein Vater hinterließ seinen 9 Kindern ein Vermögen von 6600 fl. und verordnete, daß ein Sohn 840 fl. und eine Tochter 600 fl. bekommen soll. Wie viele Söhne und Töchten waren es, da nach der Theilung vom Vermögen nichts mehr übrig war?

Aufl. 5 Söhne und 4 Töchter.

49. Um wie viel muß der Nenner des Bruches $\frac{5}{8}$ vergrößert werden, wenn man dessen Zähler um 6 erhöht, und der Werth des Bruches unverändert bleiben soll?

Aufl. Die Zahl, um welche der Nenner des gegebenen

Bruches vergrößert werden soll, sei x, dann heißt der neue Bruch $\frac{5+6}{8+x}$, und da er doch noch dem gegebenen gleich sein soll, so ist:

$$\text{Bruch} = \text{Bruch}$$
$$\frac{5+6}{8+x} = \frac{5}{8}$$
$$x = 9\frac{3}{5}.$$

50. Welche Zahl muß man sowohl zu dem Zähler als auch zu dem Nenner des Bruches $\frac{a}{b}$ addiren, oder auch von jedem subtrahiren, damit der neue Bruch die umgestürzte Form des gegebenen erhalte?

Aufl. Jene Zahl, welche zu dem Zähler und zu dem Nenner addirt, oder von jedem subtrahirt werden soll, sei x, dann muß der Aufgabe gemäß sein:

$$\text{veränderter Bruch} = \text{umgestürzter Bruch}$$
$$\frac{a \pm x}{b \pm x} = \frac{b}{a}$$
$$x = \mp (a+b).$$

51. Um wie viel muß der Zähler des Bruches $\frac{9}{20}$ vermindert werden, wenn sein Nenner um $22\frac{2}{9}$ vermindert, und dabei der Werth des Bruches nicht verändert wird?

Aufl. Um 10.

52. Womit muß der Nenner des Bruches $\frac{8}{15}$ multiplicirt werden, wenn der Zähler um 1 verkleinert wird, damit der Bruch seinen alten Werth behalte?

Aufl. Mit $\frac{7}{8}$.

53. Womit muß zuvor der Nenner des Bruches $\frac{7}{9}$ multipli-

cirt werden, damit, wenn man hernach von dem veränderten Nenner 6 abzieht, doch der Werth des gegebenen Bruches unverändert bleibe?

Aufl. Mit $1\frac{2}{3}$.

54. Wenn man den Zähler des Bruches $\frac{9}{20}$ um dieselbe Zahl vermindert, um welche man den Nenner vergrößert, dann differirt der neue Bruch von dem gegebenen um 0,29. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 5.

55. Wenn man zu dem Zähler des Bruches $\frac{7}{8}$ dieselbe Zahl addirt, welche man von dem Nenner subtrahirt, so ändert sich der Werth des gegebenen Bruches um $5\frac{5}{8}$. Welche Zahl ist dieß?

Aufl. Diese Zahl ist 6.

56. Welche Zahl muß sowohl zu dem Zähler als auch zu dem Nenner des Bruches $\frac{30}{53}$ addirt werden, damit der neue Bruch die umgestürzte Form des gegebenen erhalte?

Aufl. Diese Zahl ist (— 83).

57. Man soll a in zwei Theile so theilen, daß sich der eine Theil zu dem andern wie p zu q verhalte. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der eine dieser Theile sei x, so muß der andere $a - x$ sein, und da sie unter sich dasselbe Verhältniß geben sollen, wie die Zahlen p und q, so hat man die Proportion: $x : (a - x) = p : q$, oder die Gleichung:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$
$$q\,x = p.(a - x)$$
$$x = \frac{a\,p}{p + q}$$

also ist der andere Theil $a - x = \frac{a\,q}{p + q}$.

58. Eine dreizifferige dekadische Zahl hat an der Stelle der Einheiten die Ziffer 3; setzt man diese Ziffer links neben die letzte Ziffer der gedachten Zahl, so erhält man eine andere dreizifferige dekadische Zahl, welche sich zu der gedachten wie 4 zu 3 verhält. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Man bezeichne diese Zahl mit x, dann muß sie, wenn von ihr die drei Einheiten rechts weggenommen werden, $\frac{x - 3}{10}$, und wenn ihr diese Ziffer 3 links vorgesetzt wird, $300 + \frac{x - 3}{10}$ heißen. Nun gilt aber der Aufgabe gemäß folgende Proportion: $\left(300 + \frac{x - 3}{10}\right) : x = 4 : 3$, mithin auch die Gleichung:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$
$$3.\left(300 + \frac{x - 3}{10}\right) = 4x.$$
$$x = 243.$$

59. Unter zwei, um 3 Jahre von einander im Alter verschiedene Kinder vertheilte nach dem Verhältnisse ihres Alters der Vater 9 Aepfel, wobei das jüngere Kind 4 und das ältere 5 Aepfel erhielt. Wie alt war jedes Kind?

Aufl. Das ältere 15 und das jüngere 12 Jahre.

60. Von den 77 Mitgliedern einer Gesellschaft waren in einer Generalversammlung so viele abwesend, als bei einer Abstimmung schwarze Kugeln gegeben wurden. Wenn sich nun die Anzahl der schwarzen Kugeln zu der der weißen wie 2 zu 7 verhält, wie viele Mitglieder waren dann abwesend?

Aufl. 14 Mitglieder.

61. Jemand hat $367\frac{1}{2}$ Gulden in Preußenthalern, theils vom Jahre 1829 theils vom Jahre 1830; der Betrag der erstern verhält sich zu dem der letztern, wie 4 zu $5\frac{1}{3}$. Wie viele Thaler hat er in jeder Sorte?

Aufl. 90 Thaler vom Jahre 1829 und 120 vom Jahre 1830.

62. Ein Wechsel zu 357 fl. ist theils in preußischen Thalern (à $1\frac{3}{4}$ fl.) theils in französischen Fünffrankenstücken (à $2\frac{1}{3}$ fl.) zahlbar, so daß sich der Betrag des preußischen Geldes zu dem des französischen wie 9 zu 8 verhält. Wie viele Stücke treffen auf jede Sorte?

Aufl. 108 preußische Thaler und 72 Fünffrankenstücke.

63. Nimmt man von einer sechszifferigen dekadischen Zahl die letzte Ziffer links, welche 3 ist, hinweg und setzt sie rechts neben die letzte Ziffer, so erhält man eine andere Zahl, welche sich zu der erstern wie 1 zu 4 verhält. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 307692.

64. **A** und **B** theilen 143 fl. so unter einander, daß **A** so oft 5 fl. erhält, als **B** 6 fl. Wie viel erhielt jeder?

Aufl. Es erhalte **A** x fl., dann treffen auf **B** (143—x) fl., und da sich der Antheil des **A** zu dem des **B** wie 5 zu 6 verhalten soll, so ergibt sich die Proportion $x : (143 - x) = 5 : 6$, und daraus die Gleichung:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$
$$6x = 5.(143 - x)$$
$$x = 65;$$

mithin treffen auf **B** $143 - x = 78$ fl.

65. Bei einem Hausbaue kosten Paliere, Maurer und Handlanger wochentlich 405 fl. (Thlr.), indem täglich ein Handlanger 15 Kreuzer ($7\frac{1}{2}$ Sgr.), ein Maurer 30 (15 Sgr.) und ein Palier 45 ($22\frac{1}{2}$ Sgr.) Kreuzer bekommt. Wenn nun auf je 5 Maurer 2 Handlanger und auf 10 Maurer ein Palier treffen; wie viele Arbeiter von jeder Gattung sind dann bei dem Baue beschäftigt?

Aufl. Die Anzahl der Paliere sei **x**, so ist die der Maurer

$10\,x$, und die der Handlanger $\frac{2}{5}\cdot 10\,x$ oder $4\,x$. Der tägliche Lohn sämmtlicher Paliere beträgt $\frac{3}{4}\,x$ fl. (Thlr.), der von den Maurern $\frac{1}{2}\cdot 10\,x$ fl. (Thlr.) und der von den Handlangern $\frac{1}{4}\cdot 4\,x$ fl. (Thlr.), also erhalten alle zusammen täglich $\left(\frac{3}{4}x+5\,x+x\right)$ fl. (Thlr.), mithin wochentlich oder in 6 Tagen $6.\left(\frac{3}{4}x+5\,x+x\right)$ fl. (Thlr.), und da diese Ausgabe 405 fl. (Thlr.) beträgt, so muß sein:

Ausgabe = Ausgabe

$$6.\left(\frac{3}{4}x+5\,x+x\right)=405$$

$x = 10$ Paliere,

folglich ist die Anzahl der Maurer 100 und die der Handlanger 40.

66. **A**, **B** und **C** gewannen zusammen 913 fl. So oft **A** 5 fl. gewann, bekam **B** 7 fl., und so oft **B** 4 fl. einzog, erhielt **C** 5 fl. Wie viel hatte nun jeder gewonnen?

Aufl. **A** hat 220 fl., **B** 308 fl. und **C** 385 fl. gewonnen.

67. Drei Studenten hatten in einem Jahre zusammen 300 Fehler gemacht. Wie viel hatte jeder gemacht, wenn **B** so oft 7 und **C** so oft 9 Fehler machte, als **A** 4?

Aufl. **A** hat 60, **B** 105 und **C** 135 Fehler gemacht.

68. Ein Engländer brachte das Jahr 1840 theils in Neapel theils in London zu, so daß auf den Aufenthalt in Neapel so oft 5 Tage als auf den in London 3 Tage treffen. Zur Hin- und Herreise brauchte er den 5ten Theil von der Zeit, welche auf den Aufenthalt in den genannten Städten trifft. Wie viele Tage war er nun in Neapel, in London und auf der Reise?

Aufl. In Neapel $190\frac{5}{8}$, in London $114\frac{3}{8}$ und auf der Reise 61 Tage.

69. Zwei Knaben theilen Aepfel; **A** nimmt so oft 7, als **B** 5 nimmt. Nach der Theilung sagte **B** zu **A**: hätten wir nach verkehrtem Verhältnisse die Aepfel getheilt, dann hätte ich um 14

Aepfel mehr, als du, bekommen. Wie viele Aepfel waren zu vertheilen, und wie viel bekam jeder Knabe?

Aufl. Es waren 84 Aepfel; von diesen bekam **A** 49 und **B** 35.

70. Eine Brücke wurde von einer verhältnißmäßig geringen Mannschaft so gut vertheidiget, daß der Feldherr sich bewogen fand, 2445 Gulden unter sie so zu vertheilen, daß jeder Gemeine 4, jeder Unterofficier 7, und jeder Officier 11 fl. bekam. Wenn nun auf je drei Officiere 8 Unterofficiere, und auf je zwei Unterofficiere 25 Gemeine trafen; wie stark war diese Mannschaft?

Aufl. 15 Officiere, 40 Unterofficiere und 500 Gemeine.

71. Auf die Frage, wie viel Uhr es sei, gab Jemand zur Antwort: seit 11 Uhr hat der Minutenzeiger achtmal so viele Minuten gezeigt, als der Stundenzeiger, bis es 12 Uhr schlägt, noch zu zeigen hat. Wie viel Uhr war es also?

Aufl. Es habe bis zum Schlage 12 Uhr der Stundenzeiger noch x Minuten-Abtheilungen zu zeigen, dann hat er seit 11 Uhr (5—x), und der Minutenzeiger 8 x Minuten gezeigt. Nun bewegt sich der Stundenzeiger 12mal langsamer als der Minutenzeiger, und hat daher einen 12mal kleinern Weg durchlaufen oder 12mal weniger Minuten seit 11 Uhr gezeigt, als der Minutenzeiger; daher hat man folgende Gleichung:

Minuten = Minuten

$$12. (5-x) = 8\,x$$

$$x = 3,$$

d. h. der Stundenzeiger hat bis 12 Uhr noch 3 Minuten-Abtheilungen zu zeigen, also hat er seit 11 Uhr 2 und der Minutenzeiger 24 gezeigt; mithin ist es jetzt 11 Uhr und 24 Minuten.

72. Seit 11 Uhr haben Minuten- und Stundenzeiger zusammen 39 Minuten-Abtheilungen durchlaufen. Wie viel Uhr ist es nun?

Aufl. Sechs Minuten über halb 12 Uhr.

73. Wie viel Uhr ist es, wenn Minuten- und Stundenzeiger seit 12 Uhr zusammen 117 Minuten-Abtheilungen durchlaufen haben?

Aufl. Zwölf Minuten weniger als 2 Uhr.

74. Auf die Frage, wie viel Uhr es sei, gab Jemand zur Antwort: „Der Stundenzeiger steht zwischen 8 und 9 Uhr, und dem Minutenzeiger gehen bis zum Schlage 9 Uhr $\frac{5}{6}$ von den seit 8 Uhr gezeigten Minuten ab.“ Wie viel Uhr war es also?

Aufl. 8 Uhr und $32\frac{8}{11}$ Minuten.

75. Ein Pferdehändler stellt die Hälfte seiner Pferde in einem Dorfe ein, den dritten Theil gibt er auf die Weide, und der vierte Theil vom Reste wird von einer Krankheit befallen. Nun verkauft er die wenigen übrigen und löst 1584 fl., indem er ein Pferd um 88 Gulden verkauft. Wie viele Pferde hatte er Anfangs?

Aufl. Er habe Anfangs x Pferde gehabt, so stellt er $\frac{x}{2}$ ein und gibt $\frac{x}{3}$ auf die Weide; sonach hatte er noch $x - \frac{x}{2} - \frac{x}{3}$ oder $\frac{x}{6}$ Pferde bei sich. Hievon werden $\frac{1}{4} \cdot \frac{x}{6}$ krank, und er hat nur noch $\frac{3}{4} \cdot \frac{x}{6}$ oder $\frac{1}{8}$ x Pferde zum Verkaufen; und da er aus einem Pferde 88 fl. löst, so bekömmt er für die $\frac{1}{8}$ x Pferde $88 \cdot \frac{1}{8}$ x oder 11 x fl., welche 1584 fl. betragen, mithin ist:

$$\text{Erlös} = \text{Erlös}$$
$$11\,x = 1584$$
$$x = 144 \text{ Pferde.}$$

76. Ein Officier gab auf die Frage, wie viel Mann er bei sich auf der Wache habe, folgende komische Antwort: „Auf den ersten Posten zieht die Hälfte der ganzen Mannschaft nebst einem halben Manne; die Hälfte des Restes nebst einem halben Manne hat den zweiten, und endlich die Hälfte des letzten Restes nebst wieder einem halben Manne

den dritten Posten zu bewachen. Die dann noch übrigen zwei Mann behalte ich bei mir." Wie stark war diese Mannschaft?

Aufl. Sie soll aus x Mann bestehen, dann beziehen den ersten Posten $\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\right)$ Mann, worauf $\left(x-\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ oder $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)$ Mann übrig bleiben. Hievon beziehen $\left(\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}\right)$ oder $\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)$ Mann den zweiten Posten, worauf noch $\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\right)-\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\right)$ oder $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)$ Mann übrig bleiben. Von diesem Reste beziehen nun $\left(\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}\right)$ oder $\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right)$ Mann den dritten Posten, worauf noch $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{8}\right)$ oder $\left(\frac{x}{8}-\frac{7}{8}\right)$ Mann übrig bleiben, und da dieser Rest nur zwei Mann der Aufgabe gemäß beträgt, so hat man:

letzter Rest = letzter Rest

$$\frac{x}{8}-\frac{7}{8}=2$$

$x = 23$ Mann.

77. Jemand kauft Getreide, verkauft es sogleich wieder und gewinnt dabei $\frac{1}{6}$ des Einkaufs. Mit diesem ganzen Erlös kauft er wieder Getreide auf und gewinnt beim Verkaufe desselben den fünften Theil vom Einkaufe Diese Spekulation wiederholt er zum dritten Male und gewinnt dieses Mal den vierten Theil vom Ankaufe. Hierauf besitzt er nur 60 fl. weniger, als die doppelte, auf den ersten Ankauf verwendete Summe beträgt. Wie viel betrug nun diese?

Aufl. 240 Gulden.

78. Auf die Frage, wie viele Pferde für den Kaiser bestellt seien, antwortete scherzhaft der Posthalter: „Mit der Hälfte der

bestellten Pferde und einem halben Pferde fährt der Kaiser; mit der Hälfte des Restes und einem halben Pferde fährt sein Minister; mit der Hälfte des hierauf bleibenden Restes und einem halben Pferde des Ministers Sekretär, und die Hälfte des letzten Restes nebst einem halben Pferde braucht der Vorreiter für sich." Wie viel Pferde waren also bestellt?

Aufl. 15 Pferde.

79. Eine Stadt, in welcher sich $1\frac{1}{2}$mal so viele Christen als Juden befinden, wird von der Cholera heimgesucht. Geschickte Aerzte retten noch zwei Drittheile von den Juden und 7 Achtel von den Christen, und doch mußten 800 Menschen als Opfer dieser Krankheit fallen. Wie groß war die Einwohnerzahl dieser Stadt, bevor sie von der Cholera heimgesucht ward?

Aufl. 3840 Seelen.

80. In einer Festung befinden sich $2\frac{1}{2}$ mal so viel Artilleristen und $19\frac{5}{6}$ mal so viel Infanteristen; als Cavalleristen. Nach einem feindlichen Angriffe betrug die Besatzung noch 6077 Mann, indem der 77ste Theil der Infanteristen, der 60ste Theil der Artilleristen und vier Cavalleristen getödtet wurden. Wie stark war vor dem Angriffe die Besatzung?

Aufl. Es waren 264 Cavalleristen, 660 Artilleristen und 5236 Infanteristen.

81. **B** hat um **m** fl. mehr als **A**. Mit ihrem Gelde machten Beide auf einem Jahrmarkte Einkäufe, und es brachte jeder gleich viel Geld nach Haus, indem **A** $\frac{2}{3}$ und **B** $\frac{3}{4}$ seines Geldes ausgegeben hatte. Wie viel besaß jeder Anfangs?

Aufl. **A** hatte 3 **m** und **B** 4 **m** fl.

82. Ein Vater hinterläßt **a** fl., welche unter seine vier Erben so vertheilt werden sollen, daß der erste **b** fl. mehr als der zweite, dieser **c** fl. mehr als der dritte oder vierte, indem letztere beide

gleich viel bekamen, erhalte. Wie viel traf auf jeden?

Aufl. Es bekomme der dritte, also auch der vierte Erbe x fl., so treffen auf den zweiten $(x+c)$ und sonach auf den ersten $(x+c+b)$ fl. Da nun die vier Erbtheile der ganzen Hinterlassenschaft gleich sein müssen, so hat man:

Theile = Ganzes

$$x+x+x+c+x+b+c=a$$

$$x=\frac{a-b-2c}{4};$$

also der zweite $\frac{a-b+2c}{4}$ und der erste $\frac{a+3b+2c}{4}$ fl.

83. Ein Vermögen soll unter drei Erben so vertheilt werden, daß der Erste ein Drittel desselben und 300 fl., der zweite ein Drittel desselben und 200 fl., der dritte Erbe aber ein Sechstel desselben und 400 fl. bekomme. Wie groß war das Vermögen?

Aufl. Wenn das Vermögen x fl. betrug, so trafen auf den ersten Erben $\left(\frac{x}{3}+300\right)$ fl., auf den zweiten $\left(\frac{x}{3}+200\right)$ fl., und auf den dritten $\left(\frac{x}{6}+400\right)$ fl. Diese drei Erbtheile müssen aber zusammen dem hinterlassenen Vermögen gleichkommen, daher hat man:

Theile = Ganzes

$$\frac{x}{3}+300+\frac{x}{3}+200+\frac{x}{6}+400=x$$

$$x=5400 \text{ fl.}$$

84. Ein Vater hinterläßt ein Vermögen von 10000 Gulden, welches unter seine vier Kinder so zu vertheilen sei, daß das erste oder älteste 1000 fl. mehr als das zweite, dieses 800 fl. mehr als das dritte, und das vierte Kind eben so viel als das dritte bekommen soll. Wie viel erhielt jedes Kind?

Aufl. Das erste 3650 fl.; das zweite 2650 und das dritte sowie das vierte Kind 1850 fl.

85. Eine Erbschaft von 4500 fl. ist unter drei Personen so zu vertheilen, daß die erste 350 fl. mehr bekomme als die dritte, und die zweite 450 fl. mehr als die erste. Wie viel erhielt jede?

Aufl. Die erste $1466\frac{2}{3}$ fl., die zweite $1916\frac{2}{3}$ fl. und die dritte $1116\frac{2}{3}$ fl.

86. Jemand hinterläßt ein Vermögen von 6700 fl. und bestimmt, es sei dasselbe unter seine drei Verwandten so zu vertheilen, daß der zweite 800 fl. weniger als der erste, und der dritte 1000 fl. weniger als der zweite bekomme. Wie viel erhielt jeder?

Aufl. Der erste 3100 fl.; der zweite 2300 fl. und der dritte 1300 fl.

87. Jemand verordnet in seinem Testamente, daß die hinterlassenen 8000 fl. unter seine vier Erben so vertheilt werden, daß Franz 600 fl. weniger bekomme als Ludwig, Karl 400 fl. weniger als Franz, und Heinrich halb so viel bekommen soll, als die drei andern Erben zusammen. Wie viel erhielt jeder?

Aufl. Ludwig $2311\frac{1}{9}$ fl., Franz $1711\frac{1}{9}$ fl., Karl $1311\frac{1}{9}$ fl. und Heinrich $2666\frac{2}{3}$ fl.

88. Eine Waldung wurde unter 4 Dörfer also vertheilt: das erste Dorf bekam $8\frac{1}{2}$ Tagwerk weniger, als die Hälfte, das zweite zwei Tagwerk mehr, als der fünfte Theil, das dritte 3,87 Tagwerk weniger, als der vierte Theil der Waldung beträgt, und das vierte Dorf erhielt den Rest von 35 Tagwerk. Wie viele Tagwerk hielt die Waldung?

Aufl. 492,6 Tagwerk.

89. Vier Erben — **A**, **B**, **C** und **D** — theilen sich in ein Vermögen auf folgende Weise: **A** nimmt 400 fl. über den vierten Theil des Ganzen; **B** nahm 600 fl. mehr, als die Hälfte des Antheils von **A** betrug; **C** nimmt 300 fl. weniger als $\frac{3}{4}$ des Restes, worauf für **D** noch 1000 fl. übrig blieben. Wie groß war das Vermögen?

Aufl. 6400 fl.

90. Drei Gemeinden lassen gemeinschaftlich eine Brücke bauen: die erste Gemeinde muß 50 fl. über den fünften Theil des ganzen Voranschlags beitragen; die zweite 140 fl. weniger, als das Doppelte von dem Beitrage der ersten Gemeinde beträgt, und die dritte deckt den Rest von 5600 fl. Wie hoch belief sich der Voranschlag?

Aufl. Auf 14025 fl.

91. Ein Vater vermacht seinem Sohne $\frac{3}{5}$ seines ganzen Vermögens, dann 2000 fl. den Armen und von dem Reste 3 Viertheile seiner Tochter. Die alsdann noch übrigen 11500 fl. soll jenes der beiden Kinder erhalten, welches zuletzt sich verheirathet. Wie groß war das ganze Vermögen und der vorläufige Antheil jedes Kindes?

Aufl. Das Vermögen betrug 120000 fl., davon erhielt jetzt der Sohn 72000 fl. und die Tochter 34500 fl.

92. Jemand hat 15000 fl. als Capital aufliegen, wovon ihm ein Theil zu 5 und der andere zu 4 Procent verzinset wird. Könnte er aber das erste Capital zu 4 und das zweite zu 5 Procent anlegen, so würde er jährlich 80 fl. an Zins mehr beziehen, als er gegenwärtig erhält. Wie viel betragen die beiden Capitalien?

Aufl. Das erste Capital betrage x, also das zweite (15000 — x) fl.; von dem ersten erhält er jährlich $\frac{5x}{100}$ und von dem zweiten $\frac{4.(15000-x)}{100}$, mithin von beiden zusammen $\left(\frac{5x}{100}+\frac{4.(15000-x)}{100}\right)$ fl. Zins. Würde ihm aber das erste Capital zu 4 und das zweite zu 5 Procent verzinset, so würde er jährlich von beiden zusammen $\left(\frac{4x}{100}+\frac{5.(15000-x)}{100}\right)$ fl. an Zins beziehen. Da nun letztere Summe um 80 fl. mehr als erstere beträgt, so ergibt sich folgende Gleichung:

Jährlicher Zins = Jährlicher Zins

$$\frac{5x}{100} + \frac{4.(15000-x)}{100} = \frac{4x}{100} + \frac{5.(15000-x)}{100} - 80$$

$$x = 3500 \text{ fl.};$$

also das zweite Capital oder $(15000 - x) = 11500$ fl.

93. Jemand muß jährlich 960 fl. Zins bezahlen, indem er den fünften Theil seiner Schulden mit 4 und das Uebrige mit 5 Procent verzinset. Wie hoch belaufen sich dessen Schulden?

Aufl. Auf 20000 fl.

94. Jemand hat 10000 fl., und zwar einen Theil an **A** gegen 4 und den andern an **B** gegen $4\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen, er nimmt jährlich 420 fl. Zins davon ein. Wie viele Gulden hat **A**, wie viele **B** zu verzinsen?

Aufl. **A** 6000 fl. und **B** 4000 fl.

95. Als Jemand um sein Vermögen gefragt wurde, antwortete er: „Der sechste Theil meines Vermögens liegt zu 5 und das Uebrige zu $4\frac{1}{2}$ Procent als Capital an, und beide Capitalien zusammen werfen mir jährlich $2062\frac{1}{2}$ fl. Interessen ab." Wie groß war sein Vermögen?

Aufl. 45000 fl.

96. Ein Vater ist 30, sein Sohn 6 Jahre alt. Wie viele Jahre werden verfließen, bis der Vater nur noch einmal so alt, als sein Sohn ist?

Aufl. Es sollen x Jahre bis dahin verfließen; dann muß der Vater $(30+x)$ und der Sohn $(6+x)$ Jahre alt sein; und weil jetzt der Vater noch einmal so alt, als der Sohn sein soll, so ist:

Alter des Vaters = Alter des Vaters

$$30 + x = 2.(6 + x)$$

$$x = 18 \text{ Jahre.}$$

97. Es wurde Jemand um sein Alter gefragt, worauf er folgende Antwort gab: „Wäre ich noch einmal so alt, als ich wirklich bin, so betrüge mein Alter eben

so viele Jahre über 100, als demselben jetzt davon abgehen." Wie alt war er nun?

Aufl. Wenn er jetzt x Jahre alt ist, so fehlen ihm an 100 Jahren (100—x) Jahre; und wenn er 2 x Jahre alt wäre, dann würde er (2x—100) Jahre über 100 Jahre zählen. Da nun dieser Ueberschuß eben so viel betragen soll, als jener Mangel, so hat man:

$$\text{Unterschied} = \text{Unterschied}$$
$$100 - x = 2x - 100$$
$$x = 66\frac{2}{3}\text{ Jahre.}$$

98. Eine Mutter ist 66 Jahre, und ihre Tochter gerade halb so alt. Vor wie viel Jahren war die Mutter viermal so alt, als ihre Tochter?

Aufl. Vor 22 Jahren.

99. Sonderbar ist es doch, sagte ein Sohn zu seinem Vater, daß du nach 20 Jahren nur noch einmal so alt sein wirst, als ich, während du jetzt dreimal älter bist, als ich. Wie alt ist jeder?

Aufl. Der Vater 60 und der Sohn 20 Jahre?

100. Ein Vater ist 72 Jahre alt, und sein Sohn $1\frac{1}{2}$ mal jünger als er. Vor wie viel Jahren war der Sohn 5mal jünger, als der Vater?

Aufl. Vor 42 Jahren.

101. Wie alt bist du, fragte ein Sohn seine Mutter. Jetzt, antwortete sie, bin ich 3mal, und vor 11 Jahren war ich 14mal so alt, als du. Wie alt ist nun die Mutter und der Sohn?

Aufl. Die Mutter 39 und der Sohn 13 Jahre.

102. Wie alt sind Sie, fragte der Senior den Junior. Jetzt, erwiederte dieser, sind Sie 3mal so alt, als ich, und nach 19 Jahren werden Sie nur noch einmal so alt als ich sein. Wie alt ist jeder?

Aufl. Der Senior 57 und der Junior 19 Jahre.

103. Mein Vater ist jetzt 40 Jahre alt und meine Mutter um 4 Jahre jünger. Nach wie viel Jahren wird jener noch einmal so alt als diese sein?

Aufl. Nach (— 32) Jahren; d. i. jener war vor 32 Jahren nochmal so alt als diese.

104. Jemand gab sein Alter auf folgende Art an: „Als ich halb so alt war, als ich jetzt bin, war ich gerade so viel unter 50, als ich jetzt über 50 Jahre alt bin.“ Wie alt war er nun?

Aufl. 66 Jahr und 8 Monat.

105. Eine Dame gab ihr Alter auf folgende Art an: „Wenn ich noch ein halbmal so alt wäre, als ich bin, dann würde ich nicht so viel über 60 zählen, als mir jetzt an 50 Jahren fehlen, sondern um 5 Jahre weniger.“ Wie alt war sie?

Aufl. 42 Jahre.

106. Mein Bruder ist gegenwärtig noch einmal und war vor 8 Jahren dreimal so alt, als ich. Wie alt sind wir nun?

Aufl. Ich 16, und mein Bruder 32 Jahre.

107. Wie alt bist du, fragte ein Student den andern. Der Gefragte gab zur Antwort: „Meine Mutter hat mich an ihrem 31sten Geburtstage geboren; zählst du nun mein Alter zu dem meiner noch lebenden Mutter, so kommt ein Alter heraus, das ich erst nach 50 Jahren erreiche. Wie alt bin ich nun?

Aufl. 19 Jahre.

108. Als ich geboren wurde, war mein Vater, so erzählte dessen Sohn, 36 Jahre alt. Wenn ich noch ein halbmal so alt sein werde, als ich bin, und man zählte dann mein Alter und das meines vor 3 Jahren verstorbenen Vaters zusammen, so kommt ein Alter zum Vorschein, welches das Fünffache meines jetzigen Alters um 3 übersteigt. Wie alt ist jetzt der Sohn?

Aufl. 15 Jahre.

109. Ein Student bekömmt jährlich 60 fl. nebst freier Wohnung, wenn er dem Sohne des Hauses täglich 2 Stunden Unterricht ertheilt. Drei Viertel-Jahre nach diesem Vertrage stirbt der Sohn; der Student darf zwar bis zu Ende des Jahres in der Wohnung bleiben, erhält aber 24 fl. weniger, als er, wenn der Sohn nicht gestorben wäre, erhalten hätte. Wie hoch wurde die Wohnung angeschlagen?

Aufl. Die Wohnung sei auf x fl. angeschlagen worden, dann hätte er jährlich (60 + x) fl. erhalten, wovon auf $\frac{3}{4}$ Jahr $\frac{3}{4} \cdot (60 + x)$ fl. treffen. Für diese Zeit hat er außer der Wohnung noch 36 fl., also im Ganzen (x + 36) fl. bezogen. Offenbar müssen nun das, was ihn getroffen und das, was er wirklich bekommen, hat, einander gleich sein; daher ist:

$$\frac{3}{4} \text{ Honorar} = \frac{3}{4} \text{ Honorar}$$

$$\frac{3}{4} \cdot (60 + x) = x + 36$$

$$x = 36 \text{ fl.}$$

110. Ein Diener erhält jährlich als Lohn 45 fl. nebst einer Livree; da er aber schon nach 8 Monaten aus dem Dienste kam, so erhielt er nur noch 20 fl., weil er die empfangene Livree behalten durfte. Wie hoch wurde diese angeschlagen?

Aufl. Auf 30 fl.

111. Für die Benützung einer Scheune müssen jährlich 75 fl. nebst zwei Schäffeln Weizen als Pacht gegeben werden. Durch Versetzung löste sich der Pacht schon nach einem Vierteljahr, und der Pächter gab nichts als das Getreide ab. Wie hoch rechnete er ein Schäffel?

Aufl. Zu $12\frac{1}{2}$ fl.

112. Es wurde an Jemand eine Jagd verpachtet unter der Bedingung, daß er jährlich 150 fl. bezahle und zwei starke Hirsche einliefere. Der Jagdpächter starb 2 Monate nach der Uebernahme der Jagd, als er bereits die Hirsche eingeliefert hatte, worauf seine Frau noch $16\frac{2}{3}$ fl. zurück bekam. Wie hoch schätzte man die Hirsche?

Aufl. Jeden auf 25 fl.

113. Ein Portraitmaler macht sich verbindlich, gegen eine goldene Dose und 55 Gulden die acht Personen der Familie eines Goldarbeiters zu malen. Als jener den Vater, die Mutter und

die älteste Tochter gemalt hatte, reis'te er ab und behielt die Dose, gab aber noch 5 fl. heraus. Wie hoch kam die Dose und im Durchschnitt ein Portrait?

Aufl. Die Dose auf 41 fl. und ein Portrait auf 12 fl.

114. Wenn ich von diesem Bäumchen, sagte ein Vater zu seinen Kindern, jedem von euch 8 Aepfel geben wollte, so blieben auf dem Bäumchen noch 4 Aepfel; gäbe ich aber jedem 9, so hätte das Bäumchen 3 Aepfel zu wenig. Wie viele Aepfel waren auf dem Bäumchen, und wie viele Kinder hatte der Vater?

Aufl. Es habe der Vater x Kinder gehabt, dann drückt sich die Anzahl der Aepfel auf dem Bäumchen durch $(8x+4)$, wenn er jedem Kinde 8, und durch $(9x-3)$ aus, wenn er jedem 9 Aepfel gegeben hätte, folglich ist:

Anzahl der Aepfel = Anzahl der Aepfel

$$8x+4 = 9x-3$$

$$x = 7 \text{ Kinder;}$$

mithin waren auf dem Bäumchen $(8x+4)$ oder 60 Aepfel.

115. Jemand liefert 20 Centner Salz über die Landesgrenze und gibt dort einen Centner Salz als Zoll, erhält jedoch noch 2 fl. 30 kr. (2 Thlr. 15 Sgr.) zurück. Ein anderes Mal bringt er 30 Centner und gibt nur einen halben Centner Salz als Zoll, weßhalb er noch 1 fl. 15 kr. (1 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.) darauf bezahlen muß. Wenn nun in beiden Fällen Salzpreis und Zollgeld dieselben waren, wie hoch rechnete man den Centner Salz, und wie viel betrug das Zollgeld für einen Centner?

Aufl. Es soll der Centner Salz auf x fl. (Thlr.) angeschlagen worden sein, dann betrug das Zollgeld für die 20 Centner im ersten Falle $\left(x-2\frac{1}{2}\right)$ fl. (Thlr.), also für einen Centner $\frac{x-2^1/_2}{20}$ fl. (Thlr.) Im zweiten Falle betrug das Zollgeld für die 30 Centner

$\left(\frac{1}{2}x+1\frac{1}{4}\right)$ fl. (Thlr.), also für einen Centner $\frac{{}^1/_2 x+1{}^1/_4}{30}$ fl. (Thlr.) Da nun die Zolltare in beiden Fällen dieselbe war, so ergibt sich die Gleichung:

Zoll für einen Centner = Zoll für einen Centner

$$\frac{x-2{}^1/_2}{20}=\frac{{}^1/_2 x+1{}^1/_4}{30}$$

$$x = 5 \text{ fl. (Thlr.)},$$

folglich beträgt das Zollgeld für jeden Centner $\frac{x-2{}^1/_2}{20}=\frac{1}{8}$ fl. (Thlr.) oder $7\frac{1}{2}$ kr. $\left(3\frac{3}{4}\text{ Sgr.}\right)$.

116. Ein Vater theilt Pflaumen unter seine Kinder aus. Er gibt jedem 11 Pflaumen; da aber auf diese Art das letzte Kind nur 9 Pflaumen bekommen hätte, so beginnt er die Theilung von vorne, indem er jedem Kinde 10 gibt. Auf diese Weise blieben ihm selbst noch 5 Pflaumen. Wie viele Kinder und Pflaumen waren es?

Aufl. Es waren 7 Kinder und 75 Pflaumen.

117. Ein Schullehrer möchte von seinen Schulkindern, unter denen sechs waren, welche nichts bezahlen durften, monatlich eine bestimmte Summe als Schulgeld beziehen. Gäbe ihm jedes der zahlenden Kinder 15 kr. ($7\frac{1}{2}$ Sgr), so bekäme er einen Gulden (Thlr.) über die gewünschte Summe, und bezahlte jedes nur 12 kr. (6 Sgr.), so bekäme er 1 fl. 24 kr. (1 Thlr. 12 Sgr.) zu wenig. Wie groß war die gewünschte Summe, und wie viele Schulkinder hatte er im Ganzen?

Aufl. Die Summe betrug 11 fl. (Thlr.), und er hatte 54 Schulkinder.

118. Zwei Bauern, **A** und **B**, treiben Schafe zum Verkaufe in die Stadt und müssen bei der neuen Brücke Zoll dafür entrichten. Da sie aber kein Geld bei sich haben, so gibt jeder eines seiner Schafe ab. **A**, welcher dann noch 20 Schafe hat, erhält 3 Gulden (Thlr.) und **B**, welcher noch 36 Schafe hat, 2 fl. 36 kr. (2 Thlr. 18 Sgr.) zurück. Wie hoch wurde ein Schaf tarirt, und wie viel betrug der Zoll für ein Schaf?

Aufl. Ein Schaf wurde zu 3 fl. 30 kr. (3 Thlr. 15 Sgr.) angenommen, und der Zoll für ein Schaf betrug $1\frac{1}{2}$ kr. ($\frac{3}{4}$ Sgr.).

119. Ein Mädchen trägt Eier auf den Markt; unterwegs fällt sie mit dem Korbe und zerbricht 17 Eier; deßwegen kann sie nicht, wie sie dachte, je 7 Eier um 6 kr. geben, sondern verlangt für jedes Ei einen Kreuzer, um so die gefoderte Summe Geldes nach Hause zu bringen. Wie viele Eier hatte sie vor dem Falle?

Aufl. 119 Eier.

120. Ein Vater schickte seinen Sohn mit Aepfeln auf den Markt mit dem Auftrage, je 3 Aepfel für 2 kr. zu verkaufen. Der Sohn konnte nur 60 von den größern Aepfeln zu diesem Preise anbringen, und bei den übrigen mußte er je 9 Aepfel für 4 kr. geben. Auf diese Weise brachte er 40 kr. weniger nach Hause, als der Vater erwartet hatte. Wie viele Aepfel verkaufte der Sohn?

Aufl. 240 Aepfel.

121. Jemand gibt beim Ankaufe 2 kr. (Sgr.) für je 5 Aepfel und beim Verkaufe je 7 Aepfel um 3 kr. (Sgr.), und gewinnt dadurch 16 fl. 40 kr. (33 Thlr. 10 Sgr.). Wie viele Aepfel hatte er gekauft?

Aufl. 35000 Aepfel.

122. Jemand kauft ein Stück Leinwand, je 3 Ellen zu 1 fl. 40 kr. (1 Thlr. 20 Sgr.); später verkauft er es wieder und zwar die Elle zu 24 kr. (12 Sgr.), wobei er 14 fl. (Thlr.) verlor. Wie viele Ellen hielt das Stück?

Aufl. 90 Ellen.

123. Ein Kaufmann erhält einen Ballen Tuch, je 6 Ellen in einem Preise zu 33 fl.; beim Verkaufe gibt er je 5 Ellen um 32 fl. und gewinnt auf diese Weise 81 fl. Wie viele Ellen hielt der Ballen?

Aufl. 90 Ellen.

124. Ein Gelehrter verwendet jährlich den fünften Theil seines Gehaltes auf Bücher. Als er aber eine Gehaltszulage von 200 fl. erhielt, konnte er den vierten Theil seines Gehaltes auf Bücher verwenden, weil ihm doch noch 100 fl. mehr, als früher, zu seinen übrigen Ausgaben blieben. Wie groß war sein anfänglicher Gehalt?

Aufl. Der anfängliche Gehalt habe x fl. betragen, dann hatte er $\frac{1}{5}$ x fl. auf Bücher verwendet und mit $\frac{4}{5}$ x fl. seine übrigen Ausgaben bestritten. Nach der Gehaltserhöhung beträgt sein Gehalt (x + 200) fl.; hievon verwendet er nun $\frac{1}{4}$ (x + 200) fl. auf Bücher und bestreitet mit $\frac{3}{4}$ (x + 200) fl. seine übrigen Ausgaben. Nun beträgt aber der letztere Rest um 100 fl. mehr als der erstere, daher ergibt sich die Gleichung:

$$\text{Rest} = \text{Rest}$$

$$\frac{4}{5}x = \frac{3}{4}(x + 200) - 100$$

$$x = 1000 \text{ fl.}$$

125. Jemand verwendet jährlich $\frac{1}{6}$ seines Einkommens auf Agricultur; als sich aber dasselbe um 400 fl. verminderte, konnte er nur mehr den achten Theil seines Einkommens auf jene Cultur verwenden, weil ihm dennoch 200 fl. weniger, als im ersten Falle, zu den andern Ausgaben übrig blieben. Wie groß war das anfängliche Einkommen?

Aufl. 3600 fl.

126. Ein Naturfreund verwendet jährlich den vierten Theil seines Gehaltes auf Reisen, und nach einer Gehalts-Aufbesserung von 100 fl. den dritten Theil des ganzen Gehaltes. Zu seinen übrigen Ausgaben blieben ihm im letzten Falle 50 fl. weniger als im ersten übrig. Wie groß war der anfängliche Gehalt?

Aufl. 1400 fl.

127. Jemand verwendet jährlich 100 fl. auf Reisen. Als aber sein Gehalt sich verminderte, kann er nicht mehr den achten Theil wie zuvor, sondern nur den sechzehnten Theil seines Gehaltes darauf verwenden, und dennoch bleiben ihm 70 fl. weniger, als im ersten Falle, zu seinen andern Ausgaben übrig. Wie groß war die Gehaltsverminderung?

Aufl. 128 fl.

128. Ein Hausbesitzer verschenkt jährlich den vierten Theil

seiner Hauserträgnisse an die Armen; da sich aber jene um 80 fl. verminderten, will er nur mehr halb so viel, als vorher, verschenken, indem doch 10 fl. weniger, als früher, ihm verbleiben. Wie groß ist die verminderte Miethe?

Aufl. 480 fl.

129. Ein Vater bestimmt jährlich den siebenten Theil seines Einkommens für die Ausbildung seines einzigen Kindes: da sich nun sein Einkommen um 175 fl. verbesserte, so kann er, ohne in seinen übrigen Ausgaben etwas abändern zu müssen, den fünften Theil desselben für sein Kind verwenden. Wie groß war das anfängliche Einkommen?

Aufl. 2450 fl.

130. Ein Student verwendet jährlich den achten Theil seines Stipendiums auf Musik, und kann, nachdem sein Stipendium eine Zulage von 18 fl. erhalten hatte, ohne Schmälerung der übrigen Ausgaben den fünften Theil auf Musik verwenden. Wie groß war das Stipendium vor der Zulage?

Aufl. 192 fl.

131. Ein Kaufmann soll in vier Terminen folgende Zahlungen leisten: 300 fl. nach 4 Monaten, 400 fl. nach 8 Monaten, 500 fl. nach einem Jahre und 700 fl. nach zwei Jahren und 10 Monaten. Man wünscht nun, die ganze Summe möchte auf einmal erlegt werden. Wann müßte diese Zahlung vor sich gehen?

Aufl. Es soll nach x Monaten die ganze Summe von 1900 fl. erlegt werden, dann kann der Schuldner die Zinsen, welche das Capital während dieser Zeit abwirft, für sich behalten; diese betragen zu p Procent in x Monaten $\frac{p\,x.\,1900}{1200}$ fl. $= \frac{19\,p\,x}{12}$ fl.

Leistet er aber, wie ausgemacht war, die Zahlung in Fristen, so fallen ihm auch nur die Zinsen der einzelnen Posten zu; diese sind bei p Procent

von 300 fl. nach 4 Monaten $= \frac{4\,p.\,300}{1200}$ fl. $= \frac{12\,p}{12}$ fl.,

von 400 fl. nach 8 Monaten $= \frac{8\,p.\,400}{1200}$ fl. $= \frac{32\,p}{12}$ fl.,

von 500 fl. nach 12 Monaten $= \frac{12\,p.\,500}{1200}$ fl. $= \frac{60p}{12}$ fl. und

von 700 fl. nach 34 Monaten $= \frac{34\,p.\,700}{1200}$ fl. $= \frac{238\,p}{12}$ fl.

Soll ihm nun kein Nachtheil daraus erwachsen, so muß die Summe dieser Stückzinsen eben so viel betragen, als die ganze Summe von 1900 fl. in den x Monaten an Interessen abwirft, daher hat man:

Theile = Ganzes

$$\frac{12p}{12} + \frac{32p}{12} + \frac{60p}{12} + \frac{238\,p}{12} = \frac{19p\,x}{12}$$

$$x = 18 \text{ Monate.}$$

132. Jemand hat eine Pacht von 9000 fl. nach zwei Jahren zu bezahlen. Weil aber der Verpächter Geld nöthig hat, so zahlt der Pächter 3000 fl. baar und verspricht, das Uebrige in drei gleichen Terminen und Termingeldern abzutragen. Wie groß muß die Terminzeit sein?

Aufl. Die Zeit bis zur Erlegung des ersten Drittels des Restes oder der ersten 2000 fl. soll x Monate betragen, dann muß er das zweite Drittel nach 2 x und das letzte Drittel nach 3 x Monaten erlegen. Dem Pächter kommen zu Gute die Interessen

von 2000 fl. für x Monate oder $\frac{px.\,20}{12}$ fl., ferner

von 2000 fl. für 2x Monate oder $\frac{p.\,2x.\,20}{12}$ fl. und

von 2000 fl. für 3x Monate oder $\frac{p.\,3x.\,20}{12}$ fl.

Ohne Baarbezahlung hätte er aber die Interessen von den 9000 fl. für zwei Jahre, d. i. $\frac{24p.\,90}{12}$ fl., genießen können; daher muß die Summe aus den Terminzinsen, wenn er dabei nicht in Nachtheil kommen soll, so groß sein, als diese Interessen, welche er aus den 9000 fl. in zwei Jahren beziehen könnte, mithin hat man:

Theile = Ganzes

$$\frac{20\,px}{12} + \frac{40\,px}{12} + \frac{60\,px}{12} = \frac{24p.90}{12}$$

$$x = 18 \text{ Monate.}$$

133. Jemand kauft ein Haus unter der Bedingung, 2000 fl. nach 6 Monaten, dann wieder 2000 fl. nach fünf Vierteljahren und 1000 fl. nach einem Jahre und acht Monaten zu bezahlen. Der Verkäufer wünscht jedoch, daß die ganze Summe auf einmal erlegt werde. Wann muß dieß geschehen?

Aufl. Nach $12\frac{2}{5}$ Monaten.

134. Jemand hat 18000 fl. nach drei Jahren zu bezahlen. Da aber der Gläubiger Geld braucht, so zahlt jener sogleich 6000 fl. und verspricht, das Uebrige in drei gleichen Terminen und Termingeldern abzutragen. Wie groß muß die Terminzeit sein?

Aufl. $2\frac{1}{4}$ Jahr.

135. Jemand kauft ein Haus unter der Bedingung, 2000 fl. nach $\frac{1}{2}$ Jahr, dann wieder 2000 fl. nach $\frac{5}{4}$ Jahr und den Rest nach einem Jahre und acht Monaten zu bezahlen. Der Verkäufer verlangt aber statt dessen nach einem Jahre die ganze Bezahlung. Welche Summe kann ihm gegeben werden?

Aufl. 4750 fl.

136. Eine Gemeinde kauft eine Waldung, bezahlt 5800 fl. baar und verspricht: 3600 fl. nach zwei, 3000 fl. nach $4\frac{1}{2}$, 2500 fl. nach 7 und den Rest nach 10 Jahren zu bezahlen. Statt der Ratenzahlung wünscht der Verkäufer die ganze noch zahlbare Summe nach 5 Jahren zu erhalten. Welche Summe darf er dort fodern?

Aufl. Noch 10560 fl.

137. Jemand hat 2400 fl. nach einem Jahre zu bezahlen; wie viel müßte er sogleich erlegen, damit er den Rest erst nach $1\frac{1}{2}$ Jahren bezahlen dürfte?

Aufl. Sogleich 800 fl.

138. Jemand bietet auf einen Garten 6400 fl. und verspricht, dieselben nach $2\frac{1}{4}$ Jahren baar zu bezahlen. Der Verkäufer verlangte statt dessen sogleich eine so große Summe, daß der Rest erst nach acht Jahren bezahlt werden durfte. Welche Summe hatte er nun verlangt?

Aufl. 4600 fl.

139. Jemand legt 2500 fl. als Capital zu 4 Procent an; zwei Jahre später legt ein Anderer 3000 fl. zu 5 Procent als Capital an. Nach wie viel Jahren werden beide gleich viel an Zinsen eingenommen haben?

Aufl. Das Capital des Zweiten soll x Jahre, also das des Ersten (x + 2) Jahre aufliegen müssen, dann bezieht der Zweite $\frac{5x . 3000}{100}$ fl. und der Erste $\frac{4(x+2) . 2500}{100}$ fl. an Zinsen; und da der Aufgabe zufolge der Erste so viel als der Zweite eingenommen haben soll, so muß sein:

Einnahme des Ersten = Einnahme des Zweiten

$$\frac{4.(x+2).2500}{100} = \frac{5x.3000}{100}$$

$$x = 4 \text{ Jahre,}$$

mithin das Capital des Ersten nach (x + 2) oder 6 Jahren.

140. A legt 3600 fl. zu 4 Procent als Capital an; einige Jahre später legt B 4800 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent an und nimmt innerhalb 10 Jahre eben so viel an Zinsen ein, als A im Ganzen eingenommen hat. Wie viele Jahre lag das Capital des A auf?

Aufl. 15 Jahre.

141. A muß jährlich 6000 fl. zu $3\frac{1}{2}$ Procent verzinsen; nach 4 Jahren nimmt er ein zweites Capital zu 5 Procent auf, und als er dieses 7 Jahre lang verzinset hatte, fand er, daß er wegen des letztern Capitals bereits 70 fl. mehr als wegen des erstern

für die Interessen ausgegeben habe. Wie viele Gulden betrug das letztere Capital?

Aufl. 6800 fl.

142. Als Karl am ersten März 1815 geboren wurde, legte sein Großvater eine bedeutende Summe zu 6 Procent für ihn an; und als Karl am ersten März 1820 einen Bruder erhielt, bestimmte der Großvater für diesen ein um 9000 fl. größeres Capital, weil dasselbe nur zu 5 Procent untergebracht werden konnte. Die Interessen von diesen Capitalien sollen zur Erziehung und Ausbildung der Enkel verwendet werden. Als nun beide Brüder im Jahre 1840 an ihrem Geburtstage sich verehelichten, ergab sich, daß Karl bis zu dieser Zeit um 2000 fl. an Interessen mehr, als sein Bruder, bezogen und gebraucht habe. Wie groß war jedes der angelegten Capitalien?

Aufl. Das für Karl betrug 22000 und das für seinen Bruder 31000 fl.

143. **A** hat vor 12 Jahren 7000 fl. und **B** vor 10 Jahren 3150 fl., aber um $1\frac{1}{2}$ Procent höher als **A**, angelegt. **A** hat seit dieser Zeit gerade noch einmal so viel an Interessen als **B** bezogen. Zu wie viel Procent lagen also die Capitalien auf?

Aufl. Das Capital des **A** zu $4\frac{1}{2}$ und das des **B** zu 6 Procent.

144. Jemand kann die Hälfte seiner Erbschaft zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf 10 Jahre sicher unterbringen; die andere Hälfte gibt er auf 6 Jahre zu 8 Procent einem Kaufmanne zum Geschäftsbetriebe, indem er im letztern Falle noch 270 fl. mehr, als im erstern an Interessen bezieht. Wie groß war die Erbschaft?

Aufl. 18000 fl.

145. Jemand leiht ein Capital gegen $6\frac{1}{2}$ Procent nur auf ein Jahr aus; am Ende desselben werden ihm für Capital und Zinsen 11076 fl. bezahlt. Wie groß war das angelegte Capital?

Aufl. 10400 fl.

146. Ein Handelsmann verkauft grünes Tuch um 718 fl. und 45 kr. (718 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.) und gewinnt 15 Procent dabei. Wie groß war also die Ankaufs-Summe?

Aufl. Der Ankaufspreis habe x fl. (Thlr.) betragen, dann beträgt der Gewinn bei 15 Procent $\frac{15x}{100}$ fl. (Thlr.). Addirt man diesen zu dem Ankaufspreise, so erhält man zur Summe $\left(x+\frac{15x}{100}\right)$ fl. (Thlr.), und da diese dem ganzen Erlös von $718\frac{3}{4}$ fl. (Thlr.) gleich ist, so hat man:

$$\text{Theile} = \text{Ganzes}$$
$$x+\frac{15x}{100} = 718\frac{3}{4}$$
$$x = 625 \text{ fl. (Thlr.)}.$$

147. Ein Kaufmann löst aus einem Pfunde Tabak 2 fl. 34 kr. (2 Thlr. 17 Sgr.) und gewinnt daran $16\frac{2}{3}$ Procent. Wie theuer kaufte er den Centner?

Aufl. Um 220 fl. (Thlr.).

148. Ein Gut wird gegen einen jährlichen Pachtschilling unter der Bedingung übernommen, daß das ganze Pachtgeld erst nach vier Jahren sammt den einfachen Zinsen zu 4 Procent von den am Ende eines jeden Jahres zahlbaren Pachtschillingen erlegt werden dürfe. Wie hoch war der Pachtschilling, wenn am Ende des vierten Jahres 5300 fl. bezahlt wurden?

Aufl. 1250 fl.

149. Ein Pfarrer verpachtet seinen Zehent auf 8 Jahre an seine Gemeinde. Da nun im ersten und zweiten Jahre die Gemeinde vom Hagelschlag heimgesucht wurde, so erließ er ihr dort $\frac{3}{5}$ und hier $\frac{4}{5}$ des jährlichen Pachtgeldes. Am Ende des achten Jahres erhält der Pfarrer 4530 fl. als Summe der einzelnen Pacht-

schillinge sammt den jedesmaligen einfachen Zinsen zu 5 Procent. Wie groß war der jährliche Pachtschilling?

Aufl. 600 fl.

150. Wie groß wäre in der vorigen Aufgabe der Pachtschilling gewesen, wenn der Hagelschlag bei demselben Erlasse auf das fünfte und siebente Pachtjahr gefallen wäre, und der Pfarrer am Ende des achten Jahres 7083 fl. erhalten hätte?

Aufl. Auf 900 fl.

151. Ein Hausbesitzer findet es für nöthig, die Miethe seiner Hausbewohner um zwei Procent zu steigern, weßhalb er nun jährlich 357 fl. bezieht. Wie hoch belief sich die frühere Miethe?

Aufl. 350 fl.

152. Auf ein Haus werden folgende zwei Angebote gemacht. Der erste Käufer bietet 9800 fl., wovon er 4700 fl. baar und das Uebrige nach 4 Jahren bezahlen wolle, der auch diese Summe baar, aber mit 5 Procent einfachen Rabatts. Der zweite Käufer verspricht von seinem Angebot 3000 fl. baar zu erlegen und den Rest nach 6 Jahren zu bezahlen, oder auf Verlangen auch sogleich, jedoch gegen 6 Procent einfachen Rabatts. Der Verkäufer hält jetzt beide Angebote für gleich. Wie lautete nun das des zweiten und wie viel ist jetzt ein jedes werth?

Aufl. Der erste Käufer bietet 4700 fl. als baare Summe, und die übrigen 5100 fl., welche erst nach vier Jahren zahlbar wären, reduciren sich bei 5 Procent einfachen Rabatts, indem je 120 fl. davon jetzt so viel als 100 fl. baares Geld werth sind, nur auf $\frac{100.5100}{120}$ oder auf 4250 fl., mithin ist der jetzige Werth des ganzen Angebotes des ersten Käufers nicht mehr, als (4700+4250) fl.

Der Rest, welchen der zweite Käufer nach 6 Jahren zu erlegen verspricht, betrage x fl., so sind diese bei 6 Procent einfachen Rabatts, indem je 136 fl. davon jetzt nur 100 fl. gleich kommen, gegenwärtig $\frac{100\,x}{136}$ fl. werth; mithin beträgt das Angebot des zweiten Käufers jetzt $\left(3000+\frac{100\,x}{136}\right)$ fl.

Da nun beide Angebote gleich groß sind, so hat man:
Werth des ersten Angebotes = Werth des zweiten Angebotes

$$4700 + 4250 = 3000 + \frac{100\,x}{136}$$

$$x = 8092 \text{ fl.};$$

der zweite Käufer hat also 11092 fl. geboten, und es ist der jetzige Werth jedes Angebotes = 8950 fl.

153. Zwei bieten auf ein zum Verkaufe ausgeschriebenes Gut. **A** verspricht 39800 fl. baar und 13000 fl. nach 5 Jahren zu bezahlen, oder auch baar gegen 5 Procent einfachen Rabatts. **B** bietet eine Summe, von welcher er die eine Hälfte nach 3 und die andere nach 6 Jahren zu bezahlen sich verbindlich macht, oder auch baar, jedoch gegen 5 Procent einfachen Rabatts. Der Verkäufer findet, daß **A** um 1200 fl. mehr geboten habe. Wie viel betrug nun das Angebot des **B**, und wie viel ist jedes jetzt werth?

Aufl. **B** bot 59800 fl.; das erste Angebot ist jetzt 50200 fl. und das zweite 49000 fl. werth.

154. Jemand bietet auf ein Haus eine gewisse Summe, von der er 9200 fl baar und den Rest nach 10 Jahren oder auch baar, aber mit 5 Procent einfachen Rabatts bezahlen wolle. Dem Verkäufer war dieß zu wenig; deßwegen erbietet sich derselbe Käufer, 11200 fl. baar und den Rest, welcher aber um 2900 fl. geringer als vorher ist, nach 6 Jahren oder auch baar, jedoch mit $7\frac{1}{2}$ Procent einfachen Rabatts zu bezahlen. Hierauf willigte der Verkäufer ein, weil er auf diese Weise gegenwärtig um 290 fl. besser daran war. Wie groß war jedes Angebot, und wie viel ist jedes jetzt werth?

Aufl. Das erste Angebot bestand in 17900 fl. und das zweite in 17000 fl.; jenes ist jetzt 15000 fl. und dieses 15200 fl. werth.

155. Von einer Wasserleitung münden in einen Brunnenkasten drei Röhren. Die erste liefert in 6, die zweite in 8 und die dritte in 5 Sekunden eine Maß Wasser. Wann wird nun der Kasten, welcher $14\frac{3}{4}$ Eimer (à 60 Maß) faßt, gefüllt, wenn alle drei Röhren zugleich laufen?

Aufl. Der Kasten soll in x Sekunden gefüllt werden, dann hat die erste Röhre, welche in 6 Sekunden eine ganze, also in einer Sekunde $\frac{1}{6}$ Maß liefert, in diesen x Sekunden $\frac{1}{6}$ x Maß, ebenso die zweite $\frac{1}{8}$ x und die dritte $\frac{1}{5}$ x Maß zu liefern. Alle drei Röhren haben daher zusammen $\left(\frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{5}x\right)$ Maß Wasser geliefert, wenn der Kasten voll ist, und da diese Summe $14\frac{3}{4}$ Eimer oder $60 . 14\frac{3}{4}$ Maß betragen soll, so muß sein:

$$\text{Theile} = \text{Ganzes}$$

$$\frac{1}{6}x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{5}x = 60 . 14\frac{3}{4}$$

$$x = 1800 \text{ Sekunden},$$

d. i. in einer halben Stunde.

156. Es sollen drei Scribenten Akten von 295 Bogen abschreiben. Der erste kann in 3 Stunden 5 Bogen, der zweite in 2 Stunden 3 Bogen und der dritte 7 Bogen in 4 Stunden abschreiben. Wann werden sie nun damit fertig, wenn alle drei daran schreiben?

Aufl. In 60 Stunden.

157. In einem Mißjahre wird an drei Gemeinden eine Quantität Getreide verabreicht. Die erste Gemeinde könnte von dem ganzen Vorrathe 10, die zweite 6 und die dritte 5 Wochen leben. Wie lange wird nun das Getreide für alle drei Gemeinden ausreichen?

Aufl. 15 Tag.

158. Drei Meister übernehmen miteinander eine Lieferung von 340 Sommerbeinkleidern. Der erste könnte allein mit deren Verfertigung in 36, der zweite in 40 und der dritte in 60 Tagen zu Stande kommen. In wie viel Tagen werden sie nun miteinander damit fertig?

Aufl. In $14\frac{2}{5}$ Tagen.

159. Ein Gastgeber hat zufällig nur zwei Sorten

Wein; von der einen kostet die Maß 1 fl. 30 kr. (1 Thlr. 15 Sgr.) und von der andern 3 fl. 30 kr. (3 Thlr. 15 Sgr.). Nun verlangt Jemand 10 Maß, jede zu 2 fl. 42 kr. (2 Thlr. 21 Sgr.); wie viel Maß Wein muß nun der Wirth von jeder Sorte nehmen, wenn er durch Mischung Wein von dem verlangten Preise erzeugen will?

Aufl. Von der geringern Sorte soll er x, also von der bessern (10—x) Maß nehmen. Die x Maß kommen auf $1\frac{1}{2}x$ fl. (Thlr.) und die (10—x) Maß auf $3\frac{1}{2}\cdot(10-x)$ fl. (Thlr.). Da nun die Preise der beiden Sorten zusammen zehn Kronenthaler (10. $2\frac{7}{10}$ Thlr.) betragen müssen, so ist:

Theile = Ganzes

$$1\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}\cdot(10-x) = 2\frac{7}{10}\,10.$$

$$x = 4 \text{ Maß};$$

mithin muß er von der bessern Sorte 6 Maß nehmen.

160. Ein Silberarbeiter soll einen 20 Mark schweren Pokal aus 11löthigem Silber verfertigen. Nun hat er bloß 14 und 9 löthiges Silber; wie viel Mark muß er also von jeder Gattung nehmen?

Aufl. Vom 14löthigen Silber 8 und vom 9löthigen 12 Mark.

161. Es verlangt Jemand 400 Klafter Holz, jede zu 6 fl. (Thlr.). Nun hat der Waldeigenthümer Fichtenholz — die Klafter zu 4 fl. 48 kr. (4 Thlr. 24 Sgr.) — und Buchenholz — die Klafter zu 7 fl. 18 kr. (7 Thlr. 9 Sgr.). — Wie viele Klafter muß er daher von jeder Sorte nehmen, damit die Mischlingsklafter auf 6 fl. (Thlr.) komme?

Aufl. Vom Fichtenholz 208 und vom Buchenholz 192 Klafter.

162. Jemand hat nur zweierlei Münzen; von der ersten Sorte gehen m Stücke und von der zweiten n Stücke auf einen Dukaten. Nun läßt bei ihm Jemand einen Dukaten wechseln und verlangt a Stücke dafür. Wie viel muß er von jeder Sorte bekommen?

Aufl. Von der ersten $\frac{m(n-a)}{n-m}$ Sorte und von der zweiten $\frac{n(a-m)}{n-m}$ Stück.

163. Die Regierung bewilligte einigen Kolonisten, daß sie in den ersten fünf Jahren nur den zwanzigsten Theil, hernach aber den zehnten Theil ihrer Feldfrüchte als Abgabe einzuliefern hätten. Um wie viel müssen diese bei gleichem Wachsthume nach fünf Jahren mehr aussäen, damit für sie noch dasselbe Quantum wie vorher bleibe?

Aufl. Wenn bisher die Ernte a betrug, so blieben Jedem, indem $\frac{1}{20}$ a abgegeben werden mußte, noch $\frac{19}{20}$ a. Bei der neuen größern Abgabe soll die Ernte a sich um x vergrößern, damit Jedem ebenso viel, als früher, bleibe. Hievon betragen die Abgaben $\frac{1}{10}(a+x)$, mithin bleiben noch $\frac{6}{10}\cdot(a+x)$. Beide Reste sollen einander gleich sein, daher ist:

$$\text{Rest} = \text{Rest}$$

$$\frac{19}{20}a = \frac{9}{10}(a+x)$$

$$x = \frac{1}{18}a;$$

d. h. die Ernte — folglich auch die Aussaat — muß um den achtzehnten Theil der frühern Ernte (oder Aussaat) vermehrt werden.

164. Ein Knecht darf jedesmal den sechsten Theil der Einnahme von einer Klafter Holz, die er auf dem Holzmarkte verkauft, als Ausgabe verrechnen. Wenn er nun den fünften Theil der Einnahme verrechnen wollte; um wie viel müßte er die Klafter Holz theurer, als sein Herr erlaubt, verkaufen, um doch so viel als im ersten Falle nach Hause zu bringen?

Aufl. Um den 24sten Theil des frühern Preises.

165. Aus dem Orte A wird ein Courier abgeschickt, welcher alle 7 Stunden 10 Meilen zurücklegt. Neun Stunden nach seiner Abreise wird ihm ein anderer Cou-

rier, der alle 4 Stunden 7 Meilen macht nachgeschickt. Wann holt dieser jenen ein?

Aufl. Der zweite Courier hole den ersten in x Stunden ein, dann hat er, da er in 4 Stunden 7, also in einer Stunde $\frac{7}{4}$ Meilen macht, im Ganzen $\frac{7}{4}$ x Meilen zurückgelegt. Der erste Courier ist, bis er von dem zweiten eingeholt wird, $(9+x)$ Stunden auf dem Marsche und hat, weil er in 7 Stunden 10, also in einer Stunde $\frac{10}{7}$ Meilen zurücklegt, im Ganzen einen Weg von $\frac{10}{7}\cdot(9+x)$ Meilen gemacht. Beide mußten aber denselben Weg zurückgelegt haben, daher ist:

Weg des Ersten = Weg des Zweiten

$$\frac{10}{7}\cdot(9+x) = \frac{7}{4}x$$

$$x = 40 \text{ Stunden.}$$

166. Wie viel Uhr ist es genau, wenn zwischen 9 und 10 Uhr der Minutenzeiger den Stundenzeiger deckt?

Aufl. Während einer Stunde legt der Minutenzeiger 60, und der Stundenzeiger 5 Minuten-Abtheilungen zurück, folglich hat jener eine 12mal geschwindere Bewegung. Bei dem Schlage 9 Uhr zeigt der Minutenzeiger auf 12, und der Stundenzeiger auf 9 Uhr, also hat dieser schon 45 Abtheilungen voraus. Es soll nun der Stundenzeiger, bis er vom Minutenzeiger eingeholt oder bedeckt wird, noch x Abtheilungen zurücklegen, dann hat letzterer 12 x solcher Abtheilungen hinter sich. Der ganze Weg des Stundenzeigers seit 12 Uhr ist mithin $(45+x)$ und der des Minutenzeigers 12 x Abtheilungen; da aber beide Wege einander gleich sein müssen, so hat man:

Theile = Ganzes

$$45+x = 12x$$

$$x = 4\frac{1}{11} \text{ Minuten;}$$

es ist also 9 Uhr $49\frac{1}{11}$ Minuten.

167. Um 4 Uhr Nachmittags fuhr der Postwagen, welcher 5 Meilen in 3 Stunden zurücklegt, von Berlin nach Hamburg ab, und um 10 Uhr Abends folgte ihm der Eilwagen, der 15 Meilen in 7 Stunden macht, eben dahin nach. Wann wird dieser an jenem vorbeifahren?

Aufl. Nach 21 Stunden.

168. In der Mitte **A** zwischen den zwei Städten **B** und **C** werden zwei Couriere abgeschickt. Der Erste reis't nach **B** und macht alle 3 Stunden $4\frac{1}{2}$ Meilen. Der Zweite eilt nach **C** mit größerer Geschwindigkeit, indem er alle 4 Stunden $7\frac{1}{4}$ Meilen zurücklegt und deßhalb auch 10 Stunden früher, als der Erste, sein Ziel erreicht. Wie weit ist **C** von **B** entfernt?

Aufl. 174 Meilen.

169. Aus dem Landungsorte **A** fährt ein Dampfschiff, mit einer Geschwindigkeit von 5 Meilen in einer Stunde, den Strom hinab. Aus dem von **A** um 5 Meilen weiter Strom aufwärts gelegenen Landungsplatze **B** fährt 4 Stunden nach jenem ein anderes Dampfschiff denselben Strom hinab und legt alle 4 Stunden 25 Meilen zurück. Wann würde, wenn beide Schiffe, ohne anzuhalten, fortfahren würden, das erste Schiff von dem letztern eingeholt?

Aufl. 20 Stunden nach der Abfahrt des zweiten Schiffes.

170. Ein Dampfschiff und ein gewöhnliches Segelschiff befinden sich im atlantischen Ocean unter einem Meridiane und steuern in demselben südwärts. Ersteres, welches im Mittel alle 2 Stunden $4\frac{1}{2}$ Meilen macht, passirt in demselben Augenblicke den 48sten Grad nördlicher Breite, als letzteres, welches im Durchschnitte alle Tag zwei Breitengrade (à 15 Meilen) zurücklegt, den 40sten Grad nördlicher Breite passirt. Unter welcher Breite nun werden sie beisammen sein?

Aufl. Unter dem 30sten Grad nördlicher Breite.

171. Zwei Freunde, die 130 Meilen auseinander — jedoch unter demselben Meridian — wohnen, reisen zusammen, indem jeder zu derselben Stunde seinen Wohnort verläßt. Der eine macht

täglich $5\frac{1}{2}$, der andere alle 3 Tag 16 Meilen. Nach wie viel Tagen werden sie sich begegnen?

Aufl. Nach 12 Tagen.

172. Eine Eisenbahn und eine Landstraße laufen parallel neben einander fort und verbinden zwei 86 Stunden auseinander gelegene Städte **A** und **B**. Aus **A** geht um 6 Uhr Morgens ein Schnellläufer ab, der alle 2 Stunden $3\frac{1}{2}$ Meilen macht; um 2 Uhr Nachmittags desselben Tages fährt in **B** der Dampfwagen ab und macht 11 Stunden Weges in jeder Stunde. Um wie viel Uhr fährt dieser an jenem vorbei?

Aufl. Um 6 Uhr Abends desselben Tages.

173. Um wie viel Uhr holt der Minutenzeiger den Stundenzeiger zwischen der siebenten und achten Stunde ein?

Aufl. Um 7 Uhr 38 Minuten $10\frac{10}{11}$ Sekunden.

174. Ein Kaufmann vermehrt sein Vermögen jährlich um den zehnten Theil desselben, nimmt aber nach jedem Jahre 1000 fl. zu seinem Unterhalte davon weg. Nach zwei Jahren findet er nach Abzug der 1000 fl., daß sein Vermögen sich um 100 fl. noch über den zehnten Theil seines anfänglichen Vermögens vergrößert habe. Wie viel betrug nun dieses?

Aufl. Sein anfängliches Vermögen betrage x fl., dann besitzt er am Ende des ersten Jahres $\left(x + \frac{x}{10} - 1000\right)$ fl. oder $\frac{11x - 10000}{10}$ fl. Diese Summe vermehrt er wieder um deren zehnten Theil, d. i. um $\frac{11x - 10000}{100}$ und zieht davon 1000 fl. hinweg, daher besitzt er am Ende des zweiten Jahres $\left(\frac{11x - 10000}{10} + \frac{11x - 10000}{100} - 1000\right)$ fl. oder $\frac{121x - 210000}{100}$ fl.

Diese Summe ist nun der Aufgabe gemäß um 100 fl. größer als $\frac{11}{10}$ seines anfänglichen Vermögens, daher hat man die Gleichung:

Ganzes = Theile

$$\frac{121\,x - 210000}{100} = \frac{11}{10}x + 100$$

$$x = 20000 \text{ fl.}$$

175. Jemand hat ein Capital zu 5 Procent angelegt, und er schlägt am Ende jeden Jahres die Interessen zu dem Capitale, damit auch diese wieder Zinsen tragen; zu seinem Unterhalte nimmt er aber am Ende eines jeden Jahres 3261 fl. hinweg. Nach drei Jahren findet er, daß sich auf diese Weise sein angelegtes Capital, ungeachtet der stets hinzugeschlagenen Zinsen, um dessen vierten Theil vermindert habe. Wie groß war nun dieses?

Aufl. 25220 fl.

176. Jemand vergrößert alle Jahre sein Vermögen von 19720 fl. um den achten Theil desselben. Wie viel müßte er aber am Ende jeden Jahres noch hinzulegen, damit sein Vermögen bis zum Ende des vierten Jahres auf das Doppelte anwachse?

Aufl. Jährlich 1631 fl.

177. Jemand kann sein Capital von 13888 fl. so vortheilhaft unterbringen, daß er jährlich $12\frac{1}{2}$ Procent erhält, er schlägt aber auch diese Interessen jedes Jahr zum Capitale und nimmt dafür zu seinem Unterhalte am Ende eines jeden Jahres eine gewisse Summe hinweg. Wie groß war nun diese Summe, da schon am Ende des dritten Jahres nach Abzug derselben sein Vermögen nur mehr die Hälfte des anfänglichen betrug?

Aufl. 3784 fl. jährlich.

178. Der jährliche Zuwachs einer Waldung beträgt den 50sten Theil des ganzen Bestandes. Ungeachtet man nun alle Jahre 10302 Klafter Holz schlägt, wird am Ende des dritten Jahres der Bestand des ganzes Waldes um $\frac{1}{50}$ des anfänglichen Bestandes größer geschätzt. Auf wie viele Klafter Holz wurde Anfangs der Waldbestand tarirt?

Aufl. Auf 765100 Klafter.

179. Ein Kaufmann beginnt sein Geschäft mit so glücklichem Erfolge, daß er im ersten Jahre 25 Procent gewinnt. Diesen

Gewinn schlägt er zu seinem Betriebscapitale und gewinnt mit dieser ganzen Summe im zweiten Jahre wieder 25 Procent. Im dritten Jahre aber verlor er 9250 fl., weßhalb er am Ende dieses Jahres nur 2000 fl. mehr, als am Anfange des ersten Jahres, besaß. Wie groß war das anfängliche Capital?

Aufl. 20000 fl.

180. Ein Kaufmann macht in drei Jahren folgende Geschäfte: im ersten Jahre gewinnt er mit seinem Vermögen 40 Procent; er schlägt diesen Gewinn zum anfänglichen Capitale und gewinnt mit dieser Summe im zweiten Jahre 30 Procent; er vermehrt hiemit abermals sein Capital und verliert hievon im dritten Jahre 10 Procent; dessen ungeachtet hat er in diesen drei Jahren 38280 fl. gewonnen. Wie groß war das anfängliche Betriebsvermögen?

Aufl. 60000 fl.

181. Ein Negotiant vermehrt im ersten Jahre sein Vermögen um den zwölften Theil. Er schlägt diesen Gewinn zum anfänglichen Capitale und gewinnt im zweiten Jahre mit der einen Hälfte der ganzen Summe 50 und mit der andern Hälfte 35 Procent. Im dritten Jahre gewinnt er noch 2212 fl. 30 kr. (2212 Thlr. 15 Sgr.) dazu, so daß er am Ende des dritten Jahres $1\frac{2}{3}$ mal so viel, als sein anfängliches Vermögen betrug, besitzt. Wie groß war nun dieses?

Aufl. 18000 fl. (Thlr.).

182. Ein General läßt dreimal hinter einander mit seiner ganzen Mannschaft gegen eine Schanze erfolglos stürmen. Er verlor hiebei 542 Mann, nämlich jedesmal den zehnten Theil der stürmenden Mannschaft. Wie stark war Anfangs sein Corps.

Aufl. Vor dem ersten Angriffe soll das Corps aus x Mann bestanden haben, dann gehen hievon beim ersten Sturme $\frac{1}{10}$ x Mann verloren, also bleiben noch $\frac{9}{10}$ x für den zweiten Sturm. Da hiebei wieder der zehnte Theil oder $\frac{9}{100}$ x verloren gehen, so bleiben noch zum

dritten Sturme $\left(\frac{9}{10}x - \frac{9}{100}x\right)$ oder $\frac{81}{100}x$ Mann. Hievon verlor er abermals den zehnten Theil oder $\frac{81}{1000}x$ Mann; folglich hatte das Corps in den drei Erstürmungen zusammen $\left(\frac{x}{10} + \frac{9}{100}x + \frac{81}{1000}x\right)$ Mann verloren, und da diese Summe in 542 Mann besteht, so ist:

$$\text{Ganzes} = \text{Theile}$$

$$542 = \frac{x}{10} + \frac{9}{100}x + \frac{81}{1000}x$$

$$x = 2000 \text{ Mann.}$$

183. Sechs Schützen legen Geld zusammen, um 4 Preise daraus zu machen, und zwar nach folgender Norm. Für die Auslagen wurden vor Allem 36 kr. (18 Sgr.) abgezogen. Der erste Preis soll den dritten Theil vom Reste betragen; der zweite wieder den dritten Theil von dem, was hierauf übrig ist, und so soll der dritte und vierte Preis immer dem dritten Theile von dem jedesmaligen Reste gleich kommen. Zuletzt blieben noch 1 fl. 36 kr. (1 Thlr. 18 Sgr.), welche jener Schütze bekommen soll, welcher die meisten Schüsse gethan hat. Wie viel Geld legten sie nun zusammen, und wie groß war jeder der vier Preise?

Aufl. Die ganze Einlage betrug 8 fl. 42 kr. (8 Thlr. 21 Sgr.); der erste Preis 2 fl. 42 kr. (2 Thlr. 21 Sgr.); der zweite 1 fl. 48 kr. (1 Thlr. 24 Sgr.); der dritte 1 fl. 12 kr. (1 Thlr. 6 Sgr.) und der vierte 48 kr. (24 Sgr.).

184. Ein Engländer verlor in drei Wetten sein ganzes Vermögen bis auf 5400 fl.; nämlich in der ersten Wette $\frac{5}{8}$ seines Vermögens, in der zweiten $\frac{5}{8}$ des Restes und in der dritten wieder $\frac{5}{8}$ vom letzten Reste. Wie groß war das Vermögen desselben?

Aufl. 102400 fl.

185. Ein Spieler verlor in 4 Spielen all sein Geld bis auf 7 fl. Im ersten Spiele nämlich verlor er den achten Theil seines Geldes und acht Gulden; im zweiten 6 fl. über den sechsten Theil des Restes; im dritten noch zwei Gulden mehr, als die Hälfte vom letztern

Rest, und im vierten Spiele noch fünf Gulden mehr, als den fünften Theil vom letzten Reste. Wie viel hat er im Ganzen verloren?

Aufl. 57 fl.

186. Ein Vater hinterläßt seinen Kindern ein gewisses Vermögen, daß sie unter sich so theilen sollen, daß das älteste Kind 30 fl. und noch den neunten Theil des Restes, das zweite Kind 60 fl. und den neunten Theil des sich hierauf ergebenden Restes, und so jedes folgende Kind um 30 fl. mehr, als das zunächst vorhergehende, nebst dem neunten Theile des jedesmaligen Restes bekommen soll. Am Ende ergab sich, daß alle Kinder gleich viel bekamen. Wie groß war nun das hinterlassene Vermögen des Vaters, und wie viele Kinder hatte er?

Aufl. Das Vermögen soll x fl. betragen, dann erhält das erste Kind $\left(30+\frac{x-30}{9}\right)$ fl. oder $\frac{x+240}{9}$ fl. Es bleiben nun vom Vermögen noch $\left(x-\frac{x+240}{9}\right)$ oder $\frac{8x-240}{9}$ fl. Hievon erhält das zweite Kind 60 fl. und $\frac{\frac{8x-240}{9}-60}{9}$ fl., zusammen $\left(60+\frac{8x-780}{81}=\frac{8x+4080}{81}\right)$ fl. Da nun das erste Kind gleichen Antheil mit dem zweiten bekommt, so muß sein:

$$\text{Antheil} = \text{Antheil}$$

$$\frac{x+240}{9} = \frac{8x+4080}{81}$$

$$x = 1920 \text{ fl. Vermögen.}$$

Jedes Kind bekommt daher $\frac{x+240}{9}$ oder $\frac{2160}{9}=240$ fl.; also ging das Vermögen in $\frac{1920}{240}$ oder in 8 gleiche Theile. Es waren sonach 8 Kinder.

187. Ein Vater verordnet in seinem Testamente, daß vom ganzen Vermögen sein erstgebornes Kind 1000 fl. und den sechsten

Theil des Restes, sein zweites Kind 2000 fl. nebst dem sechsten Theile des hiernach sich ergebenden Restes, und so jedes folgende Kind um 1000 fl. mehr, als das zunächst vorhergehende, nebst dem sechsten Theile des jedesmaligen Restes erhalten soll. Auf diese Weise bekamen alle Kinder gleich viel. Wie groß war nun das Vermögen, und wie viele Kinder hinterließ der Vater?

Aufl. Das Vermögen betrug 25000 fl., und es waren 5 Kinder.

188. Jemand bestimmt in seinem Testamente die Vertheilung seines kleinen Vermögens unter die drei Erben auf folgende Weise. Der Erste soll 8 fl. weniger als den dritten Theil des Ganzen, der Zweite 8 fl. weniger als den dritten Theil des Restes und ebenso der Dritte 8 fl. weniger als den dritten Theil des letzten Restes bekommen. Die hierauf noch übrigen 240 fl. sollen der Kirche gehören. Wie groß ist das hinterlassene Vermögen?

Aufl. 753 fl.

189. Ein Edelmann lud drei seiner Freunde zu einer Fasanenjagd ein. Nach Beendigung derselben vertheilte er die geschossenen Fasanen, so daß der beste Schütze seiner drei Freunde die Hälfte der ganzen Anzahl weniger vier Fasanen, der nächste vier weniger als die Hälfte des Restes, und so der dritte auch vier weniger als die Hälfte des letzten Restes bekam, worauf ihm selbst noch 12 Fasanen blieben. Wie viele Fasanen wurden erlegt?

Aufl. 40 Fasanen.

190. Zwei Männer schöpfen mit zweierlei Gefäßen Wasser. Als der erste zu schöpfen anfing, hatte der zweite schon 45mal sein Gefäß gefüllt und entleert. Wie lange muß der erste arbeiten, bis er eben so viel Wasser als der zweite geschöpft hat, wenn jener in einer Minute 8, dieser 11mal schöpft, und fünf Kübel des ersten so viel Wasser liefern, als acht des zweiten?

Aufl. Der erste soll x Minuten lang arbeiten, so schöpft er $8x$ Kübel und der zweite in derselben Zeit $11x$ Kübel seiner Art, also hat dieser im Ganzen $(11x + 45)$ Kübel geschöpft und entleert. Nun liefern 5 Kübel des ersten so viel Wasser, als 8 Kübel

des zweiten, also enthält bei dem ersten ein Kübel $\frac{8}{5}$ mal so viel als ein Kübel des zweiten. Nehmen wir nun an, daß jeder Kübel des zweiten a Maß fasse, so faßt jeder Kübel des ersten $\frac{8}{5}$ a Maß; mithin hat der erste bei 8x Kübeln $\frac{8}{5}$ a. 8 x und der zweite bei seinen (11 x + 45) Kübeln (11 x + 45). a Maß Wasser geliefert. Da nun diese beiden Wassermengen dieselben sein sollen, so muß sein:

Wassermenge des Ersten = Wassermenge des Zweiten

$$\frac{8}{5} a . 8x = (11x + 45) . a$$

$$x = 25 \text{ Minuten.}$$

191. Zwei Mühlen werden von zwei Gerinnen getrieben. Das erste Wasserrad hat bereits 240 Umläufe gemacht, als das zweite, welches in einer Minute 6, während in derselben Zeit das erste 9 Umläufe macht, in Gang gesetzt wurde. Dagegen liefert die zweite Mühle bei vier Umläufen des Wasserrades so viel Mehl, als die erste bei sieben. Wie viele Umläufe muß nun das zweite Rad machen, bis die zweite Mühle eben so viel Mehl, als die erste, geliefert hat?

Aufl. Das zweite Rad hat 960 Umläufe zu machen.

B. Mit mehreren unbekannten Größen.

Die in den fortlaufenden Nummern durch ein Sternchen (*) markirten Aufgaben lassen sich auch wie Aufgaben mit einer unbekannten Größe auflösen.

192*. Die Summe zweier Zahlen beträgt a und ihre Differenz b. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere Zahl heiße x und die kleinere y, dann hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ x + y &= a \\ 2)\ x - y &= b \end{aligned}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{aligned} x &= \frac{a+b}{2} \\ y &= \frac{a-b}{2} \end{aligned}\right.$$

193. Wird die Summe zweier Zahlen durch ihre Differenz dividirt, so erhält man $1\frac{2}{5}$ zum Quotienten. Substituirt man nun in diesem die Zahl 12 für die kleinere der beiden Zahlen, so wird der Quotient um 1 kleiner, als die kleine der gedachten Zahlen. Wie heißen also diese Zahlen?

Aufl. Die größere Zahl heißt x und die kleinere y, so heißt der Quotient im ersten Falle $\frac{x+y}{x-y}$ und im zweiten $\frac{x+12}{x-12}$; es ergeben sich also folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{x+y}{x-y} = 1\frac{2}{5} \\ 2)\ \frac{x+12}{x-12} = y-1 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 24 \\ y = 4. \end{array}\right.$$

194*. Zwei Kaufleute schießen zu einem Handlungsgeschäfte 19800 fl. zusammen. **A** gibt dazu den sechsten und **B** den fünften Theil seines Vermögens her, und doch behalten beide gleich viel. Wie groß ist das Vermögen eines Jeden?

Aufl. Das Vermögen des **A** betrage x und das des **B** y fl., so gibt **A** $\frac{1}{6}$ x fl. her und behält $\frac{5}{6}$ x, **B** gibt $\frac{1}{5}$ y fl. her und behält $\frac{4}{5}$ y fl. Man hat also folgende Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{1}{6}x + \frac{1}{5}y = 19800 \\ 1)\ \frac{5}{6}x \qquad = \frac{4}{5}y \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 52800 \text{ fl.} \\ y = 55000 \text{ fl.} \end{array}\right.$$

195. Jemand hat in zwei Kisten Geld. Er verdoppelt das Geld in der zweiten Kiste mit Hilfe des Geldes in der ersten; und hernach verdoppelt er den Rückstand in der ersten Kiste mit Hilfe des Geldes in der zweiten und hat sodann in der ersten 700 fl. und in der zweiten 110 fl. Wie war Anfangs das Geld vertheilt?

Aufl. In der ersten Kiste seien x und in der zweiten y fl. gewesen. Nach der ersten Verdoppelung befinden sich in der ersten Kiste 2 y und in der zweiten (x—y) fl. Nach der zweiten Verdoppelung befinden sich in der ersten Kiste 2 (x—y) und in der zweiten (2 y — (x—y)) fl.; daher ergeben sich jetzt folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1)\ 2(x-y) & = 700 \\ 2)\ 2y-(x-y) & = 110 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 580 \\ y = 230. \end{array}\right.$$

196*. Die Summe zweier Zahlen beträgt 218 und deren Differenz 94. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere 156 und die kleinere 62.

197*. Die Summe zweier Zahlen beträgt $6\frac{3}{5}$, und wenn man die größere durch die kleinere dividirt, so erhält man 5 zum Quotienten. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere 5,5 und die kleinere 1,1.

198*. Die Differenz zweier Zahlen gibt $8\frac{13}{15}$ und wenn die kleinere durch die größere dividirt wird, so erhält man $\frac{5}{12}$ zum Quotienten. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere $15\frac{1}{5}$ und die kleinere $6\frac{1}{3}$.

199*. Die halbe Summe zweier Zahlen beträgt 63 und die dreifache Differenz derselben 258. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 106 und die kleinere 20.

200. Die halbe Differenz zweier Zahlen wird von der vierfachen Summe derselben Zahlen um $2\frac{7}{8}$ übertroffen, und deren vierfache Differenz übertrifft die halbe Summe derselben um $\frac{5}{8}$. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere $\frac{1}{2}$ und die kleinere $\frac{1}{4}$.

201*. Das Produkt aus der Differenz in die Summe zweier Zahlen beträgt 1525, während die halbe Summe derselben Zahlen nur 25 beträgt. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere $40\frac{1}{4}$ und die kleinere $9\frac{3}{4}$.

202. Dividirt man die Summe zweier Zahlen durch deren Quotienten, so kommt 44, und wird die Einheit durch denselben Quotienten dividirt, so kommt $\frac{1}{10}$ zum Vorschein. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine ist 400 und die andere 40.

203. Die Differenz zweier Zahlen beträgt ebenso viel unter 50, als deren Summe über 50; und wenn man zu der kleinern $\frac{3}{5}$ von der größern addirt, so erhält man 60 zur Summe. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere 50 und die kleinere 30.

204. Welche zwei Zahlen sind so beschaffen, daß ihre Differenz von ihrer Summe amal und von ihrem Produkte bmal übertroffen wird?

Aufl. Die größere ist $\frac{2b}{a-1}$ und die kleinere $\frac{2b}{a+1}$.

205. Vermehrt man den Zähler und den Nenner eines Bruches um 1, so bekommt der Bruch den Werth $\frac{1}{3}$, und wenn man den Zähler und den Nenner desselben Bruches um die Einheit vermindert, so beträgt der Werth des Bruches den vierten Theil von einer ganzen Einheit. Wie heißt dieser Bruch?

Aufl. Der Zähler 5 und der Nenner 17.

206. Wie heißt jener Bruch, der, wenn man zum Zähler 15 und zum Nenner 8 addirt, die Zahl 2, und wenn man vom Zähler 15 und vom Nenner 8 abzieht, die Einheit gibt?

Aufl. Der Zähler 13 und der Nenner 6.

207. Welcher Bruch bekommt, wenn man zum Zähler $\frac{1}{2}$ addirt und vom Nenner $\frac{1}{2}$ subtrahirt, 3, und wenn man umgekehrt vom Zähler $\frac{1}{2}$ abzieht und den Nenner um $\frac{1}{2}$ vermehrt, die Einheit zum Werthe?

Aufl. Jener Bruch, dessen Zähler $2\frac{1}{2}$ und dessen Nenner $1\frac{1}{2}$ ist?

208*. Jemand hat dreimal so viel Schulden als Vermögen. Nach einer Erbschaft von 5500 fl. beträgt sein Vermögen $1\frac{1}{4}$ mal so viel, als die Schulden betrugen. Wie viel hatte er Anfangs an Schulden und an Vermögen?

Aufl. Die Schulden betrugen 6000 fl. und das Vermögen bestand in 2000 fl.

209*. Die Schulden eines Oekonomen kommen dem achten Theile seines dreifachen Vermögens gleich. Er muß nun, da er einen Proceß verlor, die Schulden um 900 fl. vergrößern; worauf diese schon dem fünften Theile seines doppelten Vermögens gleich kommen. Wie groß ist das Vermögen, und wie viel betrugen Anfangs die Schulden?

Aufl. Das Vermögen 36000 fl. und die Schulden 13500 fl.

210*. Ich habe in meinen beiden Händen einen Gulden und einen Kreuzer (2 Thlr. und 1 Sgr.); wie viel davon ich aber in jeder Hand habe, dieß möget Ihr aus Folgendem bestimmen: „Nähme ich aus der linken Hand 5 kr. (Sgr.) und aus der rechten so viel, als mir noch in der linken blieben, so würde ich alsdann in der linken Hand dreimal so viel als in der rechten haben. Wie viel habe ich wohl in jeder Hand?“

Aufl. In der linken Hand 29 kr. (Sgr.) und in der rechten 32 kr. (Sgr.).

211. **A** und **B** verloren bei einem Unternehmen zusammen 728 fl.; **A** nämlich den siebenten Theil seiner doppelten und **B** den neunten Theil seiner einfachen Einlage, und doch verlor **A** nur 32 fl. mehr als **B**. Wie groß war die Einlage und der Verlust eines jeden?

Aufl. **A** hatte 1330 fl. und verlor 380 fl., **B** hatte 3132 fl. hergeschossen und 348 fl. verloren.

212. Zwei Knaben, **A** und **B**, spielen mit Nüssen. Im ersten Spiele verliert **A** an **B** halb so viel, als **B** bei sich hat; im zweiten Spiele verliert **B** an **A** gerade so viel, als **A** noch hat; im

dritten gewinnt B von A sechsmal so viel Nüsse, als ihm selbst vom vorigen Spiele noch übrig blieben. Hierauf hat jeder Knabe 14 Nüsse. Wie viele Nüsse hatte jeder Knabe Anfangs?

Aufl. A hatte 18 und B 10 Nüsse.

213*. Man theile die Zahl 65 so in zwei Theile, daß man, wenn der eine Theil durch den andern dividirt wird, zum Quotienten 2 und zum Reste 5 erhalte. Welche Theile sind es?

Aufl. Der größere Theil sei x und der kleinere y, so beträgt deren Summe 65. Zieht man von dem größern 5 ab, so ist dieser Unterschied durch den kleinern Theil ohne Rest theilbar, indem man 2 zum Quotienten erhält. Die beiden Gleichungen sind also:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y=65 \\ 2)\ \dfrac{x-5}{y}=2 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=43 \\ y=20. \end{array}\right.$$

214*. Man theile die Zahl 20 so in zwei Theile, daß man 39 zum Quotienten erhält, wenn der größere Theil durch den kleinern dividirt wird. Welche Theile sind es?

Aufl. Der größere ist $19\frac{1}{2}$ und der kleinere $\frac{1}{2}$.

215. Welche zwei Zahlen sind so beschaffen, daß, wenn man die größere durch die kleinere dividirt, der Quotient 4 und der Rest 3 sei, und wenn man die Summe beider Zahlen um 36 erhöht und dann diese neue Summe durch die größere Zahl dividirt, der Quotient genau 2 gebe?

Aufl. Die größere 47 und die kleinere 11.

216. Addirt man zu einer zweizifferigen dekadischen Zahl 18, so kommt eine Zahl zum Vorschein, welche dieselben Ziffern, wie die gedachte, aber in umgekehrter Ordnung hat. Die Summe der beiden Ziffern ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth beträgt nur den vierten Theil von der gedachten Zahl. Wie heißt diese?

Aufl. Es soll x die Anzahl der Zehner und y die der bloßen Einheiten bezeichnen, dann heißt die gedachte Zahl $(10\,x+y)$, und die mit Ziffern von verkehrter Ordnung ist $(10\,y+x)$; es heißt sonach die erste Gleichung: $10\,x+y+18=10\,y+x$. Die

Summe der Ziffern, ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth, ist $x+y$, daher hat man:

$$\left.\begin{array}{ll} 1)\ 10x+y+18 = 10y+x \\ 2)\ x+y = \frac{10x+y}{4} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 4; \end{array}\right.$$

die gedachte Zahl heißt also: 24.

217. Zieht man eine zweizifferige dekadische Zahl von 121 ab, so gibt der Unterschied eine Zahl, welche dieselben Ziffern, aber in verkehrter Ordnung hat. Die Anzahl der Einheiten der gedachten Zahl wird von der Anzahl der Zehner um 5 übertroffen. Wie heißt also jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 83.

218. Der achte Theil einer zweizifferigen dekadischen Zahl übertrifft die Summe der beiden Ziffern als solchen um 1; wenn man die gedachte Zahl um 36 vermindert, so kommt im Unterschiede eine Zahl mit denselben Ziffern, aber in verkehrter Stellung, zum Vorschein. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 40.

219. **A** sagt zu **B**: „Wenn du mir zehn von deinen Aepfeln gibst, dann haben wir beide gleichviel Aepfel;" „und wenn du mir," erwiederte **B**, „zehn von den deinigen geben würdest, dann hätte ich noch einmal so viel, als dir blieben." Wie viele Aepfel hatte jeder?

Aufl. **A** habe x und **B** y Aepfel, dann würde nach der einen Schenkung **A** $(x+10)$ und **B** $(y-10)$ Aepfel, und nach der andern Schenkung hätte umgekehrt **B** $(y+10)$ und **A** $(x-10)$ Aepfel. Da nun im ersten Falle beide gleichviel, und im zweiten **B** noch einmal so viel als **A** besäße, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+10 = y-10 \\ 2)\ y+10 = 2.\,(x-10) \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 50 \\ y = 70. \end{array}\right.$$

220. Zwei Juden, **A** und **B**, kaufen ein Pferd um 120 fl. **A** könnte es bezahlen, wenn ihm **B** noch von seinem Gelde die Hälfte, und **B** könnte es bezahlen, wenn ihm **A** den dritten Theil von dem Doppelten

seines Geldes gäbe. Wie viele Gulden hatte jeder bei sich?

Aufl. A habe x und B y fl. bei sich, so drückt sich der Preis des Pferdes, wenn es A bezahlt, durch $\left(x+\frac{1}{2}y\right)$ fl., und wenn es B bezahlt, durch $\left(y+\frac{2}{3}x\right)$ fl. aus. Da nun in jedem Falle der Preis 120 fl. gleich kommen muß; so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+\frac{1}{2}y=120 \\ 2)\ y+\frac{2}{3}x=120 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=90 \\ y=60. \end{array}\right.$$

221. Wie alt bist du? fragte ein Sohn seinen Vater. Dieser gab darauf zur Antwort: „Nach 12 Jahren wirst du ebenso alt sein, als ich vor 12 Jahren war, und ich werde nach 12 Jahren dreimal so alt sein, als du vor 12 Jahren warst.“ Wie alt ist nun jeder?

Aufl. Der Vater 60 und der Sohn 36 Jahre.

222. Jemand gab sein und seiner Schwester Alter auf folgende Art an: „Vor 4 Jahren war ich so alt, als meine Schwester nach 4 Jahren sein wird, und nach 5 Jahren werde ich noch einmal so alt sein, als meine Schwester vor 5 Jahren war.“ Wie alt ist jedes?

Aufl. Der Bruder 31 und die Schwester 23 Jahr.

223. Jemand kauft zwei Pferde und einen Sattel; letztern um 40 fl. Legt er den Sattel auf das erste Pferd, so ist dieses ein und ein halbmal so viel werth, als das zweite; legt er aber den Sattel auf das zweite Pferd, so kommt dieses nur um einen Gulden höher, als das erste. Wie hoch kam nun jedes Pferd?

Aufl. Das erste auf 197 fl. und das zweite auf 158 fl.

224. Jemand hatte 26 fl. 30 kr. (26 Thlr. 15 Sgr.) in zwei Taschen vertheilt bei sich, als ihm der Schneider einen **Conto** brachte. Bezahlte er nun den **Conto** mit dem Gelde in der rechten Tasche, so hätte er in der linken dreimal so viel, als ihm in der rechten bliebe; bezahlte er aber den **Conto** mit dem Gelde in der

linken Tasche, so bliebe ihm in dieser gerade so viel, als er Anfangs in der rechten hatte. Wie viel Geld hatte er nun in jeder Tasche, und wie viel betrug der Conto?

Aufl. In der rechten Tasche (10 fl. 36 kr. 10 Thlr. 18 Sgr.) in der linken 15 fl. 54 kr. (15 Thlr. 27 Sgr.), und der Conto betrug 5 fl. 18 kr. (5 Thlr. 9 Sgr.).

225. Jemand kauft 3 Pfund Zucker und $2\frac{1}{2}$ Pfund Kaffee um 3 fl. 16 kr. (6 Thlr. 16 Sgr.); einige Tage nachher muß er, weil das Pfund Zucker um 2 und das Pfund Kaffee um 3 Kreuzer (Sgr.) aufgeschlagen hatte, für 5 Pfund Zucker und 3 Pfund Kaffee 4 fl. 59 kr. (9 Thlr. 29 Sgr.) bezahlen. Wie viel kostete im ersten Falle das Pfund Zucker und das Pfund Kaffee?

Aufl. Es habe bei ersterm Einkaufe das Pfund Zucker x und das Pfund Kaffee y kr. (Sgr.) gekostet, dann kamen 3 Pfund Zucker auf 3 x und $2\frac{1}{2}$ Pfund Kaffee auf $2\frac{1}{2}$ y Kreuzer (Sgr.); dagegen kostet im zweiten Falle das Pfund Zucker $(x+2)$ und das Pfund Kaffee $(y+3)$ Kreuzer (Sgr.), mithin kosten 5 Pfund Zucker $5.(x+2)$, und 3 Pfund Kaffee $3.(y+3)$ Kreuzer (Sgr.). Da nun die erste Auslage sich auf 3 fl. 16 kr. (6 Thlr. 16 Sgr.) oder auf 196 kr. (Sgr.), und die zweite auf 4 fl. 59 kr. (9 Thlr. 29 Sgr.) oder auf 299 kr. (Sgr.) belief, so gelten folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 3x+2\frac{1}{2}y=196 \\ 2)\ 5.(x+2)+3.(y+3)=299 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=32 \\ y=40. \end{array}\right.$$

226) Jemand hat zweierlei Getreidesorten. Mischt er drei Schäffel der bessern Sorte mit 5 Schäffeln der schlechtern, so kann er das Schäffel für 10 fl. 15 kr. (10 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.) verkaufen; mischt er aber $7\frac{1}{2}$ Schäffel der schlechtern Sorte mit $3\frac{3}{4}$ Schäffeln der bessern, so kann er das Schäffel um 10 fl. (Thlr.)

geben. Was kostete nun das Schäffel von jeder Sorte?

Aufl. Ein Schäffel der bessern Sorte soll x, also 3 Schäffel 3 x fl. (Thlr.), und ein Schäffel von der schlechtern Sorte soll y, also 5 Schäffel 5 y fl. (Thlr.) kosten, und da ein Schäffel Mischling auf 10 fl. 15 kr. (10 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr.) kommt, so kommen acht solche Schäffel auf 8. $10\frac{1}{4}$ fl. (Thlr.). Dieses Produkt muß aber der Summe der beiden Partialprodukte gleich sein; daher heißt die erste Gleichung: $3x+5y=8.\ 10\frac{1}{4}$. Ganz auf dieselbe Art findet man die zweite Gleichung; mithin hat man:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 3x+5y = 8.\ 10\frac{1}{4} \\ 2)\ 3\frac{3}{4}x+7\frac{1}{2}y = 11\frac{1}{4}.10 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 14 \\ y = 8. \end{array}\right.$$

227. Ein Taglöhner stand an drei Plätzen, zusammen 74 Tage lang, in Arbeit und erhielt außer der Kost an dem ersten Platze täglich 12 kr., an dem zweiten 10 kr. und an dem dritten 8 kr., und dennoch hatte er überall gleich viel an Geld eingenommen. Wie lange hatte er an jedem Platze gearbeitet?

Aufl. Er habe an dem ersten Platze x, an dem zweiten y, also an dem dritten (74—x—y) Tage gearbeitet, mithin sich an dem ersten Platze 12 x, an dem zweiten 10 y und an dem dritten 8. (74—x—y) kr. verdient. Da nun diese drei Verdienste einander gleich sind, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 12x = 10y \\ 2)\ 12x = 8.\ (74-x-y) \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 20 \\ y = 24; \end{array}\right.$$

also hat er an dem dritten Platze (74—x—y) oder 30 Tage gearbeitet.

228. Jemand bezahlt für 4 Pfund Zucker und 3 Pfund Kaffee 4 fl. 6 kr. (4 Thlr. 3 Sgr.). Ein anderes Mal bezahlt er bei unveränderten Preisen für $2\frac{1}{2}$ Pfund Zucker und $1\frac{1}{2}$ Pfund

Kaffee 2 fl. 18 kr. (2 Thlr. 9 Sgr.). Was kostete nun das Pfund von jeder Sorte?

Aufl. Das Pfund Zucker 30 kr. (15 Sgr.) und das Pfund Kaffee 42 kr. (21 Sgr.).

229. Ein Kaufmann bezahlt für eine Lieferung von zwei Centnern Zucker und einem Centner Kaffee $131\frac{2}{3}$ fl. ($263\frac{1}{3}$ Thlr.). Beim Verkaufe bekommt er für ein Pfund Zucker und ein Pfund Kaffee zusammen einen Gulden und zwölf Kreuzer (2 Thlr. 12 Sgr.), indem er jedes Pfund beim Zucker um 8 und beim Kaffee um 10 Kreuzer (Sgr.) theurer gibt. Wie hoch kam ihn das Pfund Zucker und das Pfund Kaffee?

Aufl. Das Pfund Zucker auf 25 und das Pfund Kaffee auf 29 Kreuzer (Sgr.).

230. Ein Bauer vertauscht drei Pferde gegen fünf Kühe an seinen Nachbar, wobei ihm dieser noch 48 Gulden aufgeben mußte. Hätte dieser eine Kuh um 4 fl. höher angeschlagen, dann hätte er beim Tausche zwei Kühe für ein Pferd geben können. Wie hoch wurde ein Pferd und eine Kuh tarirt?

Aufl. Ein Pferd auf 56 und eine Kuh auf 24 Gulden.

231. Ein Wirth hat zweierlei Weine. Nimmt er 4 Maß vom ältern und 8 Maß vom jüngern, so kann er die Maß Mischung um 2 fl. 20 kr. (2 Thlr. 10 Sgr.) geben. Nun verlangt aber Jemand Wein, von dem die Maß 2 fl. 44 kr. (2 Thlr. 22 Sgr.) kosten sollte, weßhalb der Wirth 5 Maß vom jüngern Weine zu 7 Maß vom ältern gießt. Wie hoch kam die Maß des ungemischten Weines?

Aufl. Vom ältern auf 3 fl. 24 kr. (3 Thlr. 12 Sgr.) und vom jüngern auf 1 fl. 48 kr. (1 Thlr. 24 Sgr.).

232. Zwei Brunnen-Röhren haben ein Gefäß von 90 Eimern angefüllt, wobei die erste 4 und die zweite 5 Stunden geöffnet war. Ein anderes Mal haben eben diese Röhren einen Behälter von 126 Eimern gefüllt, wobei die erste 7 und die zweite $3\frac{1}{2}$ Stunden lang geöffnet war. Wie viele Eimer lieferte jede Röhre in einer Stunde?

Aufl. Die erste 15 und die zweite 6 Eimer.

233. Drei Fabrikarbeiter, **A**, **B** und **C**, verdienen sich zusammen täglich 1 fl. 26 kr. (2 Thlr. 26 Sgr.). **A** hat 15, **B** 18 und **C** 24 Tage gearbeitet, und doch bekam **C** einen Gulden (2 Thlr.) weniger als **A**, sowie auch als **B**. Wie groß war der tägliche Arbeitslohn eines Jeden?

Aufl. **A** bekam 36, **B** 30 und **C** 20 Kreuzer (Sgr.).

234. Zwei Torfstecher, **A** und **B**, haben zusammen 96800 Stücke Torf gestochen, wobei **A** acht und **B** 12 Tage beschäftigt war. Ein anderes Mal arbeitete **A** nur fünf und **B** nur neun Tage, und sie brachten in dieser Zeit 67100 Stücke zusammen, indem jeder dieselbe Anzahl Stücke, wie das erste Mal, täglich zu stechen im Stande war. Wie viele Stücke Torf hat demnach **A** sowohl als **B** täglich gestochen?

Aufl. **A** 5500 und **B** 4400 Stücke.

235. In einen Brunnen-Kasten, welcher 180 Eimer faßt, münden zwei Röhren. Als die erste 8 und die zweite 5 Stunden lang geöffnet war, hatten sie zusammen bereits zwei Drittel des ganzen Behälters gefüllt; und als die erste 11 und die zweite 8 Stunden lang geöffnet war, fehlten nur mehr 6 Eimer, bis der Kasten ganz gefüllt gewesen wäre. Wie viele Eimer lieferte jede Röhre in einer Stunde?

Aufl. Die erste Röhre 10 und die zweite 8 Eimer.

236. Durch zwei chemische Apparate wurde ein Luftballon in 36 Stunden mit 270 Kubikfuß Wasserstoffgas gefüllt; ein anderer Ballon wurde mit 282 Kubikfuß durch dieselben Apparate, von denen der eine jedoch 6 Stunden später in Thätigkeit gesetzt worden war, in 40 Stunden gefüllt. Wie lange würde man mit diesen Apparaten brauchen, um einen Ballon mit 600 Kubikfuß Wasserstoffgas zu füllen?

Aufl. Da der eine Apparat in einer Stunde 3 und der andere $4\frac{1}{2}$ Kubikfuß Gas entwickelt, so würde man 80 Stunden dazu brauchen.

237*. Ein Silberarbeiter soll ein zwölf Mark schweres Gefäß von zehnlöthigem Silber verfertigen. Er hat aber nur neun-

und zwölflöthiges Silber. Wie viele Mark muß er nun von jeder Gattung legiren?

Aufl. Vom neunlöthigen 8 und vom zwölflöthigen 4 Mark.

238*. Ein Silberarbeiter hat zwei Stücke Silber; das eine enthält 30 Loth Kupfer und 50 Loth Silber, das andere 32 Loth Kupfer und 96 Loth Silber. Nun soll er einen Pokal verfertigen, welcher 10 Loth Kupfer und 24 Loth Silber enthalte. Wie viele Loth muß er von jedem der beiden Stücke zur Legirung nehmen?

Aufl. Nimmt er von dem ersten Stücke x und von dem zweiten y Loth, so ist, da diese zusammen 34 Loth ausmachen sollen, die erste Gleichung: $x + y = 34$. Die zweite Gleichung ergibt sich, wenn man die Menge von Kupfer, oder auch von Silber, welche in den x und y Loth enthalten ist, bestimmt. Dieß kann mit Hilfe zweier Proportionen geschehen: wenn nämlich in 80 Loth Mischung 30 Loth Kupfer enthalten sind, so treffen auf x Loth Mischung $\frac{30}{80}$x oder $\frac{3}{8}$ x Loth Kupfer; wenn ferner in 118 Loth Mischung 32 Loth Kupfer enthalten sind, so treffen auf y Loth Mischung $\frac{32}{128}$y oder $\frac{1}{4}$ y Loth Kupfer. Es soll nun die Kupfermenge in dem Pokale 10 Loth betragen, daher hat man:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x + y = 34 \\ 2)\ \frac{3}{8}x + \frac{1}{4}y = 10 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 12 \\ y = 22. \end{array}\right.$$

239. Ein Silberarbeiter soll aus 8, 10, 11 und 15löthigem Silber ein Gefäß verfertigen, welches 64 Mark schwer und von 14löthigem Silber sein soll. Wie viele Mark muß er von dem 15löthigen Silber nehmen, wenn er von jeder der drei andern Sorten gleichviel nimmt?

Aufl. Er nehme von dem 15löthigen Silber x und von jeder der andern Sorten y Mark, dann heißt die erste Gleichung: $x + 3y = 64$. Das in den vier verschiedenen Silberstücken, welche zur Legirung genommen werden müssen, enthaltene reine Silber beträgt $(15x + 8y + 10y + 11y)$ Loth, dieses muß jenem in dem

zu verfertigenden Gefäße befindlichen reinen Silber, das 14. 64 Loth ausmacht, gleichkommen, wodurch sich also die zweite Gleichung ergibt; demnach ist:

$$\left.\begin{array}{l}1)\ x+3y=64\\ 2)\ 15x+8y+10y+11y=14.64\end{array}\right\}\text{woraus}\left|\begin{array}{l}x=52\\ y=4;\end{array}\right.$$

d. h. vom 15löthigen Silber hat er 52 und von jeder der drei übrigen Sorten 4 Mark zur Legirung zu nehmen.

240*. Ein Goldarbeiter hat zweierlei Goldsorten; bei der einen treffen auf 3 Theile Silber 7 Theile Gold, und bei der andern auf 4 Theile Silber 5 Theile Gold. Nun möchte er 48 Loth Gold daraus erzeugen, worin auf 5 Theile Silber 7 Theile Gold kommen. Wie viel Gold muß er von jeder Sorte nehmen?

Aufl. Von der ersten Sorte $9\frac{3}{13}$ und von der zweiten $38\frac{10}{13}$ Loth.

241*. Ein Badinhaber bekommt aus zwei Quellen seine Salzsoole; die eine ist 20 und die andere 8 procentig. Man braucht nun zu einem Bade 15 Eimer; wie viele Eimer muß er also von jeder Quelle nehmen, wenn das Badwasser 12 procentig sein soll?

Aufl. Vom 20 procentigen 5 und vom 8 procentigen 10 Eimer.

242*. Ein Silberarbeiter erhält zwei silberne Gefäße, das eine ist 80 Loth schwer und enthält 64 Loth reinen Silbers, das andere ist 100 Loth schwer und enthält 84 Loth reinen Silbers. Er soll nun daraus ein 7 Mark schweres neues Gefäß mit 13löthigem Silber verfertigen. Wie viele Loth hat er also von jedem Gefäße zu nehmen?

Aufl. Vom erstern 77 und vom letztern 35 Loth.

243*. Zu einem Silberarbeiter bringt man zwei Gefäße; das eine ist 6 Mark schwer und besteht aus 10löthigem Silber; das andere ist 10 Mark schwer und besteht aus 11löthigem Silber. Es sollen diese Gefäße zu einem Pokal, welcher 40 Mark schwer sein und aus 13löthigem Silber bestehen soll, verwendet werden. Wie viele Mark von 14 und von 15löthigem Silber muß der Silberarbeiter noch zusetzen?

Aufl. Von 14löthigem Silber noch 10 und von 15löthigem noch 14 Mark.

244. Jemand bringt 6 Mark ganz reinen Silbers, einige Mark 14löthigen Silbers und einige Pfund Kupfer zu einem Silberarbeiter und verlangt, daß daraus ein 7 Pfund schweres Waschbecken von 12löthigem Silber verfertigt werden soll. Wie viele Mark vom 14löthigen Silber und wie viele Pfund Kupfer muß der Silberarbeiter mit dem reinen Silber verbinden, wenn zwei Mark einem Pfunde gleich kommen?

Aufl. $5\frac{1}{7}$ Mark vom 14löthigen Silber und $1\frac{3}{7}$ Pfund Kupfer.

245. Jemand kann 23000 fl. als ein sehr sicheres Capital anlegen; da er aber nur 15000 fl. besitzt, so nimmt er noch 8000 fl., jedoch zu geringern Procenten, auf, wobei ihm an den jährlichen Zinsen 905 fl. bleiben. Unter denselben Bedingungen nimmt er ein anderes Mal 9400 fl. auf und verleiht 17500 fl.; dieß bringt ihm an den jährlichen Zinsen einen Ueberschuß von $539\frac{1}{2}$ fl. Zu wie viel Procent hat er Geld aufgenommen und ausgeliehen?

Aufl. Er habe zu x Procent Geld aufgenommen und zu y Procent ausgeliehen, so nimmt er im ersten Falle jährlich $\frac{23000\,y}{100}$ oder 230 y fl. an Interessen ein und hat $\frac{8000}{100}$ x oder 80 x fl. auszugeben, weßhalb ihm (230 y — 80 x) fl. als Ueberschuß bleiben, welcher 905 fl. beträgt. Im zweiten Falle nimmt er jährlich $\frac{17500\,y}{100}$ oder 175 y fl. an Interessen ein und hat $\frac{9400}{100}$ x oder 94 x fl. auszugeben, weßwegen ihm nur (175 y — 94 x) fl. als Ueberschuß bleiben, welche $539\frac{1}{2}$ fl. ausmachen. Setzt man nun die berechneten Ueberschüsse den gegebenen gleich, so ergeben sich folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 230y - 80x = 905 \\ 2)\ 175y - 94x = 539\frac{1}{2} \end{array}\right\}\ \text{woraus}\ \left\{\begin{array}{l} x = 4\frac{1}{2} \\ y = 5\frac{1}{2}. \end{array}\right.$$

246. Ein Capital wächs't in 10 Monaten mit den Interessen auf 5250 fl. und in 18 Monaten auf 5450 fl. Wie groß ist das Capital, und zu wie viel Procent ist es angelegt?

Aufl. Das Capital betrage x fl. und sei zu y Procent angelegt, dann betragen die zehnmonatlichen Interessen $\frac{10\ xy}{1200}$ fl. und die 18monatlichen $\frac{18\ xy}{1200}$ fl. Addirt man nun die berechneten Interessen einzeln zu dem anliegenden Capitale, und setzt jede dieser Summen der entsprechenden gegebenen gleich, so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x + \frac{10\ xy}{1200} = 5250 \\ 2)\ x + \frac{18\ xy}{1200} = 5450 \end{array}\right\}\ \text{woraus}\ \left\{\begin{array}{l} x = 5000 \\ y = \quad 6. \end{array}\right.$$

247. **B** hat 12600 fl. mehr als **A** und auch um Ein Procent höher ausgeliehen, weßhalb er an jährlichen Zinsen 730 fl. mehr als **A** bezieht. **C** hat 3000 fl. mehr und zugleich um zwei Procent höher als **A** ausgeliehen, und bezieht darum jährlich 380 fl. mehr an Zinsen, als **A**. Wie viel hat Jeder ausgeliehen, und zu wie viel Procent?

Aufl. **A** habe x fl. zu y Procent ausgeliehen, dann hat **B** (12600 + x) fl. zu (1 + y) fl. Procent und **C** (3000 + x) fl. zu (2 + y) fl. Procent ausgeliehen. Die jährlichen Interessen des **A** belaufen sich auf $\frac{xy}{100}$ fl., die des **B** auf $\frac{(12600 + x) \cdot (1 + y)}{100}$ fl. und die des **C** auf $\frac{(3000 + x) \cdot (2 + y)}{100}$ fl. Gibt man nun die in der Aufgabe angezeigten Differenzen der Interessen an, so ergeben sich folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{(12600+x).(1+y)}{100} - \frac{xy}{100} = 730 \\ 2)\ \frac{(3000+x).(2+y)}{100} - \frac{xy}{100} = 380 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 10000 \\ y = \quad 4. \end{array}\right.$$

248. Ein Kaufmann verkauft zweierlei Gattungen von Tuch; von der ersten die Elle mit 15 Procent Gewinn und von der zweiten die Elle mit 3 Procent Verlust, indem er aus den beiden Ellen 9 fl. 27 kr. (9 Thlr. $13\frac{1}{2}$ Sgr.) löste. Ein anderes Mal bringt er 4 Ellen von der ersten Gattung mit 20 Procent Gewinn und 5 Ellen von der zweiten mit 4 Procent Gewinn an, indem er für diese neun Ellen 45 fl. 12 kr. (45 Thlr. 6 Sgr.) einnimmt. Wie theuer hat er von jeder Gattung die Elle verkauft?

Aufl. Von der ersten Gattung habe ihn die Elle x fl. (Thlr.) und von der zweiten y fl. (Thlr.) beim Ankaufe gekostet, dann beträgt im ersten Falle der Gewinn $\frac{15\,x}{100}$ fl. (Thlr.) und der Verlust $\frac{3\,y}{100}$ fl. (Thlr.); also beträgt der ganze Erlös hier $\left(x+\frac{15x}{100}+y-\frac{3\,y}{100}\right)$ fl. (Thlr.). Im zweiten Falle gewinnt er bei der ersten Gattung an vier Ellen $\frac{4x.\,20}{100}$ fl. (Thlr.) und bei der zweiten an 5 Ellen $\frac{5y.4}{100}$ fl. (Thlr.); es beträgt daher die Summe beider Verkaufspreise $\left(4x+\frac{4x.\,20}{100}+5y+\frac{5\,y.\,4}{100}\right)$ fl. (Thlr.). Durch Gleichstellung mit den oben angegebenen Verkaufssummen erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+\frac{15\,x}{100}+y-\frac{3\,y}{100} = 9\frac{9}{20} \\ 2)\ 4\,x+\frac{80\,x}{100}+5\,y+\frac{20\,y}{100} = 45\frac{1}{5} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 4 \\ y = 5. \end{array}\right.$$

249. Jemand kann unter vortheilhaften Bedingungen 10000 fl. ausleihen. Da er aber das ganze Capital selbst nicht hat, so nimmt er 4000 fl. zu geringern Procenten auf, wodurch er jährlich

400 fl. an Zinsen für sich bezieht. Hätte er aber 1000 fl. weniger und auch um $\frac{1}{2}$ Procent niedriger aufnehmen können, so wären ihm jährlich an den Zinsen noch 65 fl. mehr, als vorher, geblieben. Zu wie viel Procent nahm er das Geld auf, und zu wie viel Procent lieh er es aus?

Aufl. Er nahm es zu 5 Procent auf und lieh es zu 6 Procent aus.

250*. Ein Capitalist soll seinem Bruder 8000 fl. gegen 5 Procent leihen. Nun hat jener kein Geld vorräthig, wohl aber zwei Capitalien, das eine zu 7 und das andere zu $4\frac{1}{2}$ Procent ausstehen. Wie viel muß er von jedem aufkünden, ohne dadurch an seinen jährlichen Interessen verkürzt zu werden?

Aufl. Von dem 7procentigen Capitale 1600 fl. und von dem $4\frac{1}{2}$procentigen 6400 fl.

251. Jemanden wird das vor 5 Jahren angelegte Capital sammt den bisherigen einfachen Zinsen in einer Summe von 23250 fl. zurückbezahlt. Wäre das Capital aber noch um zehn Jahre später auf dieselbe Weise heimbezahlt worden, so hätte er an Capital und Zinsen 32550 fl. erhalten müssen. Wie groß war das Capital, und zu wie viel Procent lag es an?

Aufl. Das Capital betrug 18600 fl. und war zu 5 Procent angelegt.

252*. **A** und **B** besitzen zusammen ein Vermögen von 10000 fl. **A** gewinnt mit seinem Vermögen jährlich 12 und **B** 9 Procent, so daß sie zusammen 1074 fl. an Interessen beziehen. Wie viel besaß also jeder?

Aufl. **A** hatte 5800 fl. und **B** 4200 fl.

253*. Wie groß wäre, wenn Alles wie in der vorigen Aufgabe bleibt, das Vermögen eines Jeden dann, wenn **A** nach drei Jahren jedes mal so viel an Interessen bezieht, als **B** nach zwei Jahren?

Aufl. **A** müßte $3333\frac{1}{3}$ fl. und **B** $6666\frac{2}{3}$ fl. besitzen.

254*. Zwei Handelsmänner besitzen zusammen 16095 fl. als Betriebscapital. Sie betreiben damit 7 Jahre und 7 Monate lang ihr Geschäft, wobei A 4 und B 5 Procent gewinnt, weßhalb am Ende beide gleich große Capitalien besitzen. Wie groß war Anfangs das Capital eines Jeden?

Aufl. Das des A 8275 fl. und das des B 7820 fl.

255*. Die Seelenzahl zweier Städte beträgt gegenwärtig 16280 Einwohner. Der Zuwachs der einen Stadt wird jährlich auf $1\frac{1}{2}$ Procent und der der andern auf den 50sten Theil der Einwohnerzahl geschätzt. Wie groß ist jetzt von jeder Stadt die Seelenzahl, wenn diese schon am Ende des ersten Jahres bei beiden gleich groß sein wird?

Aufl. Die eine Stadt zählt jetzt 8160 und die andere 8120 Einwohner.

256. A hat 4000 fl. mehr, aber zu $\frac{1}{2}$ Procent niedriger als B ausgeliehen und bezieht doch jährlich 155 fl. mehr an Zinsen, als B. C hat 6000 fl. weniger als A, aber um ein Procent höher als B ausgeliehen und bezieht daher 225 fl. an jährlichen Zinsen weniger, als A. Wie viele Gulden hat jeder ausgeliehen, und zu wie viel Procent?

Aufl. A hat 9000 fl. zu $4\frac{1}{2}$, B 5000 fl. zu 5 und C 3000 fl. zu 6 Procent ausgeliehen.

257. B hat 2400 fl. weniger, aber auf ein Jahr länger als A, C hat 3200 weniger, aber auf drei Jahre länger als A angelegt; deßwegen erhält B 390 fl. weniger als A, und C 100 fl. mehr als B an Zinsen bei demselben Zinsfuße, nämlich bei Fünf vom Hundert. Wie viele Gulden hat Jeder angelegt, und auf wie lange?

Aufl. A hat 6600 fl. auf 5 Jahre, B 4200 fl. auf 6 und C 3400 fl. auf 8 Jahre angelegt.

258. Der Kaufmann A macht mit einem Capitale gute Geschäfte, indem er jährlich 20 Procent gewinnt. Nach zwei Jahren verbindet sich mit ihm zu demselben Zwecke der Kaufmann B mit

einem um 5000 fl. größern Capitale, als das des **A** war. Drei Jahre nach dieser Verbindung gesellt sich noch ein dritter Kaufmann **C** zu ihnen, welcher noch 2000 fl. mehr herschießt, als **B** hergegeben hatte. Als das Geschäft zu Ende war, bekam **C** 2400 fl. weniger als **A**, und **B** 6200 fl. mehr als **C**. Wie viele Gulden hat nun Jeder hergegeben, und auf wie lange?

Aufl. **A** hat 8000 fl. auf 9, **B** 13000 fl. auf 7 und **C** 15000 fl. auf 4 Jahre hergegeben.

259. Ein Weinhändler kauft zweierlei Weine und verkauft hierauf jede Sorte mit 20 Procent Gewinn. Wenn er nun 25 Eimer von der bessern und 32 Eimer von der geringern Sorte um 1176 fl., dann 7 Eimer von der geringern und 8 Eimer von der bessern Sorte um 318 fl. verkauft hat, wie hoch kam ihn beim Ankaufe der Eimer von jeder Sorte?

Aufl. Bei der bessern Sorte auf 20 fl. und bei der geringern auf 15 fl.

260*. Es verlieren 21 Pfund Silber, in reines Wasser versenkt, 2 Pfund, und 42 Pfund Kupfer verlieren so 5 Pfund am Gewichte. Nun hat man eine Stange, welche aus Silber und Kupfer besteht und $26\frac{1}{4}$ Pfund in der Luft wiegt, in ganz reines Wasser versenkt und dabei einen Gewichtsverlust von 3 Pfunden bemerkt; es fragt sich also, wie viel Pfund Silber und wie viel Pfund Kupfer die Stange enthalte?

Aufl. Die Stange bestehe aus x Pfund Silber und aus y Pfund Kupfer, so heißt die erste Gleichung: $x+y=26\frac{1}{4}$. Die zweite Gleichung erhält man, wenn man die einzelnen Gewichtsverluste im Wasser berechnet und deren Summe dem ganzen Verluste von 3 Pfunden gleicht setzt. Da nun 21 Pfund Silber 2 Pfund im Wasser verlieren, d. h. um 2 Pfund weniger wiegen, so treffen auf x Pfund Silber $\frac{2x}{21}$ Pfund Verlust, und da ferner 42 Pfund Kupfer 5 Pfund im Wasser verlieren, so treffen auf

y Pfund Kupfer $\frac{5y}{42}$ Pfund Verlust; und man hat sonach folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ & x+y = 26\tfrac{1}{4} \\ 2)\ & \frac{2x}{21}+\frac{5y}{42} = 3 \end{aligned}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{aligned} x &= 5\tfrac{1}{4} \\ y &= 21. \end{aligned}\right.$$

261*. Ein Zinngießer kauft 7 Centner und $85\frac{2}{5}$ Pfund Zinn; er vermuthet aber, daß auch Blei sich darin befinde, weil die ganze Masse nur 104 Pfund im Wasser am Gewichte verlor. Wie viel Pfund Zinn und Blei müssen also hier legirt sein, wenn man weiß, daß 37 Pfund Zinn im Wasser 5 und 227 Pfund Blei 20 Pfund am Gewichte darin verlieren, d. h. um so viel weniger schwer sind?

Aufl. Es sind 740 Pfund Zinn mit $45\frac{2}{5}$ Pfund Blei legirt gewesen.

262*. Die Krone des Königs Hiero von Syrakus war 18 Pfund schwer und verlor im Wasser $1\frac{1}{4}$ Pfund. Sie war also nicht aus reinem Golde verfertigt, indem sie in diesem Falle nur ein Pfund verloren haben würde. Wäre sie nur aus Silber verfertigt gewesen, so würde sie im Wasser nur $16\frac{1}{4}$ Pfund gewogen haben. Hiernach bestimmte damals der gelehrte Archimedes den Silber- und Gold-Gehalt dieser Krone. Wie viel Pfund an Gold und an Silber muß er nun, da sie aus diesen beiden Metallen bestand, gefunden haben?

Aufl. An Gold 12 und an Silber 6 Pfund.

263. Ein Professor ging mit seinen Schülern nach einem benachbarten Belustigungsorte, wo diese gemeinschaftlich aßen und tranken, spazieren. Als die Zeche gemacht worden war, und einer der Schüler fragte: wie viel auf ihn treffe, antwortete der Professor: „Jeder von euch hat gleich viel zu bezahlen; wäret ihr aber um zwei mehr, und hätte jeder um 6 Kreuzer

(Sgr.) weniger bezahlen dürfen, so würde die ganze Zeche um 1 fl. 36 kr. (3 Thlr. 6 Sgr.) weniger betragen; und wäret ihr um 5 weniger, zahlte aber dann jeder um 12 Kreuzer (Sgr.) mehr, so würde die Summe die wirkliche Zeche um Einen Gulden (um 2 Thlr.) übersteigen. Wie viele Schüler waren beim Spaziergange, und wie viel hatte jeder zu bezahlen?

Aufl. Es seien x Schüler gewesen, und jeder habe y Kreuzer (Sgr.) zu bezahlen gehabt, so beträgt die wirkliche Zeche xy Kreuzer (Sgr.). Wären aber (x+2) Schüler gewesen, und hätte jeder (y—6) Kreuzer (Sgr.) bezahlt, so hätten alle zusammen $(x+2)\times(y-6)$ Kreuzer (Sgr.) hergegeben, welches Produkt um 96 kr. (Sgr.) weniger als xy betrüge; hätten dagegen (x—5) Schüler den Spaziergang mitgemacht, und hätte jeder (y+12) kr. (Sgr.) hergegeben, so würden sie zusammen $(x-5)\times(y+12)$ Kreuzer (Sgr.) bezahlt haben, welches Produkt um 60 kr. (Sgr.) mehr als xy betrüge. Hiernach ergeben sich folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ (x+2).(y-6) &= xy-96 \\ 2)\ (x-5).(y+12) &= xy+60 \end{aligned}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{aligned} x &= 30 \\ y &= 48. \end{aligned}\right.$$

264. Was kostet auf dem Markte eine junge Gans? fragte man einen Gänsehändler. Der Preis ist nicht alle Wochen derselbe, erwiederte er. Vor 8 Tagen z. B. hatte ich 6 Gänse weniger und löste aus jeder 5 Kreuzer mehr als heute, weßhalb ich im Ganzen nur 24 Kreuzer weniger als heute einnahm. Vor 14 Tagen hatte ich 10 Gänse weniger als heute und aus jeder um 7 Kreuzer mehr als vor 8 Tagen gelöst; daher meine dortige Einnahme der heutigen ganz gleich kam. Wie viele Gänse hatte er heute verkauft, und wie theuer jede?

Aufl. Er hat 30 Gänse — jede zu 24 kr. — verkauft.

Die in den fortlaufenden Nummern mit zwei Sternchen (**) bezeichneten Aufgaben lassen sich auch wie Aufgaben mit zwei unbekannten Größen auflösen.

265. Man suche drei Zahlen von solcher Beschaffenheit, daß, wenn man die erste von der Summe der

beiden andern abzieht, 18, und wenn man die zweite von der doppelten Summe der beiden andern abzieht, 48, und wenn man die dritte von der dreifachen Summe der zwei andern abzieht, 76 bleibe. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die erste dieser Zahlen sei x, die zweite y und die dritte z, so ergeben sich bei wörtlicher Uebersetzung folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & y+z-x = 18 \\ 2) & 2(x+z)-y = 48 \\ 3) & 3(x+y)-z = 76 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 15 \\ y = 16 \\ z = 17. \end{array}\right.$$

266. Ein sogenannter gemischter Brüch hat folgende Beschaffenheit: addirt man zum Zähler des angehängten Bruches 25, so geht der gemischte Bruch in $9\frac{2}{3}$, und vermindert man den Nenner des angehängten Bruches um $10\frac{1}{3}$, so geht der gemischte Bruch in $11\frac{1}{5}$ über, zieht man endlich von dem gedachten gemischten Bruche $\frac{23}{24}$ ab, dann bleibt $6\frac{5}{8}$ als Rest. Wie heißt nun dieser gemischte Bruch?

Aufl. Die Ganzen des gemischten Bruches sollen durch x, der Zähler des daran gehängten Bruches durch y und dessen Nenner durch z ausgedrückt werden, dann heißt dieser gemischte Bruch $\left(x+\frac{y}{z}\right)$; werden nun an ihm die angezeigten Veränderungen vorgenommen, dann erhält man folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & x+\frac{y+25}{z} = 9\frac{2}{3} \\ 2) & x+\frac{y}{z-10^1/_3} = 11\frac{1}{5} \\ 3) & x+\frac{y}{z}-\frac{23}{24} = 6\frac{5}{8} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 7 \\ y = 7 \\ z = 12; \end{array}\right.$$

der verlangte gemischte Bruch ist also $7\frac{7}{12}$.

267**. Man theile die Zahl 51 so in drei Theile, daß, wenn man den dritten Theil durch den ersten dividirt, 2 als Quotient und 7 als Rest, und wenn man ihn durch den zweiten Theil dividirt, 1 als Quotient und 8 als Rest zum Vorschein komme. Wie heißen nun die drei Theile?

Aufl. Der erste Theil heiße x, der zweite y und der dritte z, so heißt die erste Gleichung $x+y+z=51$. Vermindert man den dritten Theil um 7, so kann er durch den ersten ohne Rest dividirt werden, indem man die Zahl 2 zum Quotienten erhält; wird er aber um 8 vermindert, so kann er durch den zweiten Theil ohne Rest dividirt werden, indem man dadurch die Einheit zum Quotienten erhält. Daher sind die drei Gleichungen, welche sich hier ergeben:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ & x+y+z = 51 \\ 2)\ & \frac{z-7}{x} = 2 \\ 3)\ & \frac{z-8}{y} = 1 \end{aligned}\right\} \text{woraus} \begin{cases} x = 9 \\ y = 17 \\ z = 25. \end{cases}$$

268. Man suche drei Zahlen, die folgende Eigenschaften haben: zieht man von der Summe der drei Zahlen erstlich die vierfache Differenz zwischen der ersten und dritten, dann die sechsfache Differenz zwischen der ersten und zweiten, endlich die zehnfache Differenz zwischen der zweiten und dritten Zahl ab, so erhält man nach der Ordnung die Reste 53, 43 und 65. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste Zahl ist 5, die zweite 8 und die dritte 12.

269**. Drei Zahlen sind so beschaffen, daß man, wenn durch die erste die übrigen zwei dividirt werden, 2, und wenn durch die dritte die beiden andern dividirt werden, 5 zum Quotienten erhalte. Wie heißen diese Zahlen, wenn ihre Summe 120 beträgt?

Aufl. Die erste 40, die zweite 60 und die dritte 20.

270**. Die Summe von drei Zahlen beträgt nur $2\frac{3}{4}$; nimmt man die erste Zahl sechsfach, die zweite vier- und die dritte zweifach, so gibt die Summe dieser Produkte $11\frac{1}{2}$; addirt man die

Hälfte der ersten und den vierten Theil der zweiten Zahl zur dritten, so erhält man 1 als Summe. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste Zahl ist $\frac{1}{2}$, die zweite 2 und die dritte $\frac{1}{4}$.

271. Ich kenne drei Zahlen von folgender Beschaffenheit: dividirt man die Summe aus der ersten und zweiten durch die dritte, so erhält man zum Quotienten die Einheit und zum Reste die Zahl 10; dividirt man die Summe aus der ersten und dritten durch die zweite, so erhält man zwar denselben Quotienten, aber 14 zum Reste; dividirt man endlich die zweite und dritte Zahl durch die erste, so gibt die Summe dieser Quotienten die Zahl 6. Wie heißen diese drei Zahlen?

Aufl. Die erste ist 12, die zweite 35 und die dritte 37.

272. Die erste von den drei Zahlen, welche ich mir gedacht habe, übertrifft die beiden andern zusammen um 3, die dritte übertrifft die Summe der beiden andern um 5, und die zweite wird von den beiden andern zusammen genommen um 25 übertroffen. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste ist 10, die zweite — 4 und die dritte 11.

273**. Wie heißen jene drei Zahlen, welche nachfolgende Eigenschaften besitzen? — Erhöht man die mittlere Zahl um 2 und multiplicirt diese Summe durch die kleinste, so beträgt das Produkt um 2 weniger, als das Zwölffache der größten dieser drei Zahlen. Vermindert man die kleinste um 2 und multiplicirt den Rest mit der mittlern, so übertrifft das Produkt das Siebenfache der größten Zahl um 17. Wird die kleinste um 2 vermehrt und die mittlere um 2 vermindert, so kommt deren Produkt dem Zehnfachen der größten dieser drei Zahlen gleich. Endlich beträgt die Summe der drei Zahlen 36.

Aufl. Die kleinste Zahl ist 11, die mittlere 12 und die größte 13.

274. Man suche drei Zahlen, welche so beschaffen sind, daß die Summe aus der ersten und zweiten 131, die aus der ersten und dritten 25 und die aus der zweiten und dritten 64 betrage. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste Zahl ist 46, die zweite 90 und die dritte — 21.

275. Ich denke mir einen Bruch und eine ganze Zahl von solcher Beschaffenheit, daß der Bruch, wenn diese Zahl zum Zähler und 28 Einheiten zugleich zum Nenner des Bruches addirt werden, den Werth $\frac{1}{7}$, und wenn diese Zahl vom Zähler und zugleich 3 Einheiten vom Nenner subtrahirt werden, den Werth $\frac{1}{6}$, und wenn der Zähler jenes Bruches um $\frac{2}{5}$ vermindert, zugleich aber der Nenner um jene ganze Zahl erhöht wird, den Werth $\frac{1}{5}$ bekomme. Wie heißt nun diese ganze Zahl und jener Bruch?

Aufl. Die ganze Zahl ist 2 und der Bruch $\frac{5}{12}$.

276**. Man zerlege die Zahl 144 so in drei Theile, daß der erste Theil, durch den zweiten dividirt, 3 zum Quotienten und 2 zum Reste gebe, und daß der dritte Theil, durch die Summe der beiden andern dividirt, 2 zum Quotienten und 6 zum Reste gebe. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste Theil ist 35, der zweite 11, und der dritte 98.

277**. Die Summe der drei Ziffern einer dekadischen (dreizifferigen) Zahl beträgt 16; das Doppelte der mittlern Ziffer ist um 1 kleiner, als die Summe der beiden andern; zieht man von der gedachten Zahl 495 ab, so gibt die Differenz eine Zahl, welche dieselben Ziffern, aber in umgekehrter Ordnung enthält. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Die Ziffer an der Stelle der Hunderte sei x, die an der Stelle der Zehner y und die an der Stelle der Einheiten z, so heißt die gedachte dreizifferige Zahl $(100x + 10y + z)$, und die mit denselben Ziffern, aber in verkehrter Ordnung geschriebene $(100z + 10y + x)$. Man erhält demnach der Aufgabe gemäß folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l}1)\ x+y+z=16\\ 2)\ 2y+1\quad=x+z\\ 3)\ 100x+10y+z-495=100z+10y+x\end{array}\right\}\text{woraus}\left\{\begin{array}{l}x=8\\ y=5\\ z=3;\end{array}\right.$$

die gedachte Zahl heißt also 853.

278. Man soll eine dreizifferige dekadische Zahl suchen. Ohne Rücksicht auf den Lokalwerth ist die Ziffer an der Stelle der Hunderte die kleinste und die an der Stelle der Zehner die größte von den drei Ziffern, so daß die Ziffer an der Stelle der Einheiten von jeder der beiden andern gleich weit absteht. Addirt man zu der zu suchenden Zahl 198, so ist die Summe ebenfalls eine dreizifferige Zahl, in welcher die beiden äußern Ziffern ihre Stellen unter sich vertauscht haben. Dividirt man die gedachte Zahl durch die Summe der einzelnen Ziffern — ihrem Nominalwerthe nach genommen —, so wird der Quotient 28 und der Rest 9 sein. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. 597.

279. An den Stellen der Einheiten und Zehner einer zweizifferigen dekadischen Zahl stehen dieselben Ziffern, welche an den Stellen der Zehner und Hunderte einer dreizifferigen dekadischen Zahl stehen. Addirt man beide Zahlen, so erhält man 642 zur Summe; zieht man aber von der dreizifferigen Zahl die Summe der Ziffern der andern Zahl ab, so bleibt 571 als Rest; und zieht man umgekehrt die Summe der Ziffern der dreizifferigen Zahl von der zweizifferigen ab, so erhält man 41 zum Reste. Wie heißen die beiden Zahlen?

Aufl. Die dreizifferige Zahl ist 584 und die zweizifferige 58.

280. Drei Maurer, A, B und C, sollen eine Mauer aufführen. A und B würden, gemeinschaftlich arbeitend, damit in 12, B und C in 20, A und C in 15 Tagen zu Stande kommen. Wie viele Tage würde jeder einzeln brauchen, und in welcher Zeit würden damit alle drei, wenn sie gemeinschaftlich arbeiteten, fertig werden?

Aufl. 1. Es soll A in x, B in y und C in z Tagen mit der Aufführung der Mauer, wenn jeder ganz allein arbeitet, fertig

werden; dann macht A täglich den x^{ten} Theil oder $\frac{1}{x}$ von der ganzen Mauer, ebenso B $\frac{1}{y}$ und C $\frac{1}{z}$ von der Mauer. Wenn A und B mit einander in 12 Tagen fertig werden, so machen sie täglich den zwölften Theil oder $\frac{1}{12}$ der ganzen Mauer miteinander, folglich ist die erste Gleichung: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12}$. Auf ganz ähnliche Weise ergeben sich auch die andern zwei Gleichungen, so daß man hat:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \\ 2)\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{20} \\ 3)\ \frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{1}{15} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=20 \\ y=30 \\ z=60. \end{array}\right.$$

Da nun alle drei Maurer täglich zusammen $\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{60}\right)$ oder $\frac{1}{10}$ von der ganzen Mauer zu Stand bringen, so würden sie in 10 Tagen mit deren Aufführung fertig werden.

Aufl. 2. Setzt man den Inhalt der Mauer m Kubikfuß gleich, so bringt hievon A $\frac{m}{x}$, B $\frac{m}{y}$ und C $\frac{m}{z}$ Kubikfuß täglich zu Stande; mithin die beiden ersten Maurer in 12 Tagen $\left(12.\frac{m}{x}+12.\frac{m}{y}\right)$ Kubikfuß, und da sie in dieser Zeit mit der ganzen Mauer fertig sein würden, so hat man die Gleichung: $12.\frac{m}{x}+12.\frac{m}{y}=m$. Ganz analog ergeben sich auch die andern beiden Gleichungen, so daß man hat:

$$1)\ 12.\frac{m}{x}+12.\frac{m}{y}=m$$

$$2)\ 20.\frac{m}{y}+20.\frac{m}{z}=m$$

$$3)\ 15.\frac{m}{x}+15.\frac{m}{z}=m.$$

Hieraus folgt das Uebrige wie oben.

281. Drei Gesellen, A, B und C, arbeiten nach Stücken bei einem Meister. A und B verdienen sich in 5 Tagen 12 fl. 40 kr. (12 Thlr. 20 Sgr.; B und C in 7 Tagen 19 fl. 8 kr. (19 Thlr. 4 Sgr.); A und C in 10 Tagen 26 fl. (Thlr.). Wie viel verdient sich jeder täglich?

Aufl. A soll sich täglich x, B y und C z fl. (Thlr.) verdienen, so müssen A und B in 5 Tagen sich (5x+5y) fl. (Thlr.) verdienen, und da diese Summe $12\frac{2}{3}$ fl. (Thlr.) der Aufgabe gemäß beträgt, so heißt die erste Gleichung: $5x+5y=12\frac{2}{3}$. Auf ähnliche Art ergeben sich nun auch die beiden andern Gleichungen, und man hat sonach:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 5x+5y = 12\frac{2}{3} \\ 2)\ 7y+7x = 19\frac{2}{15} \\ 3)\ 10x+10z = 26 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=1\frac{1}{5} \\ y=1\frac{1}{3} \\ z=1\frac{2}{5}. \end{array}\right.$$

282. Jemand hat drei Bücher gekauft. Der Preis des ersten Buches beträgt um die Hälfte von dem Preise der zwei andern Bücher weniger als 33 fl. Der Preis des zweiten Buches wird von 18 fl. um den dritten Theil der beiden andern Preise übertroffen. Der Werth des dritten Buches würde, wenn man ihn noch um den vierten Theil der Preise von den beiden andern Büchern erhöhte, $19\frac{1}{2}$ fl. betragen. Wie hoch kam jedes Buch?

Aufl. Das erste auf 24 fl., das zweite auf 6 fl. und das dritte auf 12 fl.

283. Drei Röhren, **A**, **B** und **C**, münden in einen Brunnenkasten; durch **A** und **B** wird der Kasten in 9, durch **B** und **C** in 10 und durch **A** und **C** in $8\frac{2}{11}$ Stunden gefüllt. Wie lange braucht jede Röhre für sich allein, und wie lange brauchen alle drei zusammen?

Aufl. **A** braucht 15, **B** $22\frac{1}{2}$ und **C** 18 Stunden; alle drei zusammen 6 Stunden.

284. Drei Arbeiter, **A**, **B** und **C**, sollen eine bestimmte Arbeit verfertigen. **A** und **B** kämen damit in **a**, **A** und **C** in **b**, **B** und **C** in **c** Tagen zu Stande. Wie lange würde jeder allein brauchen, und wie lange brauchen alle drei zusammen?

Aufl. **A** würde $\frac{2abc}{ac+bc-ab}$, **B** $\frac{2abc}{ab+bc-ac}$ und **C** $\frac{2abc}{ab+ac-bc}$; alle drei zusammen würden $\frac{2abc}{ab+ac+bc}$ Tage brauchen.

285. Drei Reisende, **A**, **B** und **C**, brauchen täglich ungleich viel Geld. **A** und **B** brauchen alle 8 Tage 29 fl. 36 kr. (29 Thlr. 18 Sgr.), **B** und **C** alle 5 Tage 28 fl. (Thlr.), **A** und **C** alle drei Tage 14 fl. 42 kr. (14 Thlr. 21 Sgr.). Wie viel braucht jeder täglich?

Aufl. **A** braucht 1 fl. 30 kr. (1 Thlr. 15 Sgr.), **B** 2 fl. 12 kr. (2 Thlr. 6 Sgr.) und **C** 3 fl. 24 kr. (3 Thlr. 12 Sgr.).

286. Jemand hat dreierlei Geldsorten. Vier Stücke von der ersten und drei Stücke von der zweiten Sorte machen zusammen 11 fl. aus; 6 Stücke von der ersten und 5 von der dritten betragen zusammen 38 fl.; dann 9 Stücke von der zweiten und zwei Stücke von der dritten Sorte haben zusammen einen Werth von 23 fl. Welchen Werth hat nun ein Stück von jeder Sorte?

Aufl. Der Werth eines Stückes von der ersten Sorte ist $1\frac{3}{4}$ fl. (Thlr.), von der zweiten $1\frac{1}{3}$ fl. (Thlr.) und von der dritten $5\frac{1}{2}$ fl. (Thlr.).

287. Ein Kaufmann verkauft dreierlei Tuchgattungen zu verschiedenen Preisen. Fünf Ellen von der ersten und sechs von der zweiten Gattung zu 48 fl. 36 kr. (48 Thlr. 18 Sgr.); 7 Ellen von der zweiten und 2 von der dritten zu 38 fl. 48 kr. (38 Thlr. 24 Sgr.); 3 Ellen von der ersten und 4 von der dritten um 43 fl. 24 kr. (43 Thlr. 12 Sgr.). Wie theuer verkaufte er jede Elle?

Aufl. Von der ersten Gattung die Elle zu 5 fl. 24 kr. (5 Thlr. 12 Sgr.), von der zweiten zu 3 fl. 36 kr. (3 Thlr. 18 Sgr.) und von der dritten zu 6 fl. 48 kr. (6 Thlr. 24 Sgr.).

288. Ein Kaufmann wurde gefragt, welchen Preis drei seiner grauen Tuchgattungen haben? Er antwortete: „Zwei Ellen von der ersten, zwei Ellen von der zweiten und eine Elle von der dritten Gattung verkaufe ich zusammen um 11 fl. (Thlr.); dann zwei Ellen von der ersten, drei Ellen von der zweiten und vier Ellen von der dritten Gattung erlasse ich zusammen um 22 fl. (Thlr.); ferner kosten 10 Ellen von der ersten, vier von der zweiten und zwei Ellen von der dritten Gattung zusammen 33 fl. (Thlr.).“ Wie hoch kömmt nun die Elle von jeder Gattung?

Aufl. Von der ersten kömmt die Elle auf 1 fl. 50 kr. (1 Thlr. 25 Sgr.), von der zweiten auf 2 fl. 12 kr. (2 Thlr. 6 Sgr.) und von der dritten auf 2 fl. 56 kr. (2 Thlr. 28 Sgr.).

289. Jemand hat eine Banknote, drei gleiche goldene und fünf gleiche silberne Münzen, die zusammen einen Werth von 58 fl. haben. Die Banknote beträgt um einen Gulden weniger am Werthe, als eine goldene und eine silberne Münze zusammen betragen, während die goldene Münze $2\frac{5}{7}$ mal die silberne am Werthe übertrifft. Welchen Werth hat die Banknote und jede Münzsorte?

Aufl. Die Banknote ist 12 fl., die goldene Münze $9\frac{1}{2}$ fl. und die silberne $3\frac{1}{2}$ fl. werth.

290. In drei Gefäßen befindet sich Geld. Werden 20 fl. aus dem ersten Gefäße genommen und in das zweite gelegt, so ist in diesem viermal so viel, als in jenem noch bleibt. Legt man 60 fl.

aus dem zweiten Gefäße in das dritte, so wäre in diesem $1\frac{1}{2}$ mal so viel, als im zweiten noch übrig bliebe. Nähme man endlich aus dem dritten Gefäße 40 fl. und legte sie in's erste, so bliebe im dritten noch $2\frac{7}{8}$ mal so viel, als im ersten nach dieser Zulage sein würde? Wie viele Gulden befanden sich nun in jedem Gefäße?

Aufl. Im ersten 120, im zweiten 380 und im dritten 500 fl.

291. Jemand gibt für ein Wörterbuch, für 8 Landkarten und $2\frac{1}{2}$ Riß Schreibpapier 29 fl. 9 kr. (29 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Sgr.) aus. Das Wörterbuch kam so hoch, als 9 Landkarten gekommen wären, und das Riß Papier kostete 6 kr. (3 Sgr.) weniger, als drei Landkarten. Wie hoch kam jedes Stück?

Aufl. Das Wörterbuch auf 10 fl. 48 kr. (10 Thlr. 24 Sgr.), eine Landkarte auf 1 fl. 12 kr. (1 Thlr. 6 Sgr.) und ein Riß Papier auf 3 fl. 30 kr. (3 Thlr. 15 Sgr.).

292**. Ein Capitalist hat sein Vermögen von 14790 fl. an drei Personen, A, B und C, zu gleichen Procenten ausgeliehen. Er bezieht von A in sechs Jahren eben so viel Interessen, als von B in $7\frac{1}{2}$ oder von C in 8 Jahren. Wie groß sind die einzelnen Capitalien?

Aufl. A habe x, B y und C z fl. zu p Procent zu verzinsen, so betragen die 6jährigen Interessen des A $\frac{6\,px}{100}$ fl., die $7\frac{1}{2}$ jährigen des B $\frac{7^1/_2 py}{100}$ fl. und die achtjährigen des C $\frac{8\,pz}{100}$ fl.; und man hat folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & x+y+z = 14790 \\ 2) & \frac{6\,px}{100} = \frac{7^1/_2 py}{100} \\ 3) & \frac{6\,px}{100} = \frac{8\,pz}{100} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 5800 \\ y = 4640 \\ z = 4350. \end{array}\right.$$

293**. Das hinterlassene Vermögen für drei noch unmündige Kinder besteht in 10975 fl., ist nach deren Alter verschieden unter sie vertheilt und von ihrem Vormunde zu 5 Procent in einer Handlung untergebracht. Das erste Kind heirathet nach 7, das zweite nach 10 und das dritte nach 12 Jahren, und doch bekamen alle drei an Capital und einfachen Interessen gleichviel als Heirathsgut. Wie war das Vermögen vertheilt?

Aufl. Das erste Kind bekam 4000 fl., das zweite 3600 fl. und das dritte 3375 fl. von der Verlassenschaft.

294**. Jemand hat nach zwei, nach vier und nach sechs Jahren gewisse Summen Geldes, welche zusammen 9520 fl. ausmachen, heimzuzahlen. Wollte er gegen 5 Procent einfachen Rabatts dieselben jetzt baar erlegen, so dürfte er nur 7800 fl., und würde er nach zwei Jahren bei gleichem Rabatt Alles auf einmal erlegen, so dürfte er nur 8500 fl. heimbezahlen. Wie groß sind diese Theilsummen?

Aufl. Die erste Theilsumme betrage x, die zweite y und die dritte z fl., so ist die erste Gleichung $x + y + z = 9520$. Die zweite und dritte Gleichung ergeben sich aus der Bestimmung des frühern Werthes jener Summen nach Abzug des Rabattes. Nun sind die nach zwei Jahren zahlbaren x fl. jetzt $\frac{100x}{110}$ fl., die nach 4 Jahren zahlbaren y fl. jetzt $\frac{100x}{120}$ fl. und die nach 6 Jahren zahlbaren z fl. jetzt $\frac{100z}{130}$ fl. werth, aus deren Summe dann die zweite Gleichung sich ergibt. Ferner sind die nach 4 Jahren zahlbaren y fl. am Ende des zweiten Jahres $\frac{100y}{110}$ fl. und die nach 6 Jahren zahlbaren z fl. am Ende des zweiten Jahres $\frac{100z}{120}$ fl. werth. Sonach hat man folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & x+y+z = 9520 \\ 2) & \frac{100x}{110}+\frac{100y}{120}+\frac{100z}{130} = 7800 \\ 3) & x+\frac{100y}{110}+\frac{100z}{120} = 8500 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 2200 \\ y = 2640 \\ z = 4680. \end{array}\right.$$

295**. Jemand kauft ein Haus um 17033 fl., wovon er einen Theil sogleich baar, den andern nach drei und den dritten nach fünf Jahren zu bezahlen habe. Uebrigens erbietet sich der Käufer, auch letztere zwei Posten gegen 5 Procent einfachen Rabatts sogleich baar zu erlegen, indem er dann für das Haus nur 14500 fl. zu bezahlen hätte; oder er wolle, wenn man es vorzöge, jetzt gar nichts, sondern nach zwei Jahren bei demselben Rabatte die zwei andern Posten nebst der jetzt baar zu erlegenden Summe sammt den zutreffenden zweijährigen Zinsen zu 5 Procent baar bezahlen, wozu im Ganzen 15832 fl. hinreichend wären. Wie viel hatte der Käufer jetzt baar, wie viel nach drei und wie viel nach 5 Jahren zu bezahlen?

Aufl. Jetzt 2520 fl., nach drei Jahren 5313 fl. und nach fünf Jahren 9200 fl.

296**. Ein Silberarbeiter hat drei Stücke Silber von ungleichem Gehalte, nämlich 15, 10 und 9löthiges Silber. Legirt er das 15 und 10löthige, so entsteht daraus $11\frac{2}{3}$ löthiges, von demselben Korn würde auch das Silber sein, wenn er das 15 und 9löthige Silber legirte. Wie viel Mark hält jedes Stück, wenn alle drei zusammen 34 Mark schwer sind?

Aufl. Das erste Stück sei x, das zweite y und das dritte z Mark schwer, dann befinden sich in den ersten beiden Stücken $(15x+10y)$ Loth reines Silber und in deren Legirung $11\frac{2}{3}(x+y)$ Loth reines Silber. Der Gehalt an Silber muß aber in diesen beiden Fällen derselbe sein, daher ist die erste Gleichung: $15x+10y=11\frac{2}{3}(x+y)$. Auf dieselbe Weise ergibt sich die zweite Gleichung; und die dritte besteht in der Gleichsetzung der

Theilgewichte (x+y+z) mit dem ganzen Gewichte, d. i. mit 34 Mark; daher ist:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 15x+10y = 11\frac{2}{3}(x+y) \\ 2)\ 15x+\ 9z = 11\frac{2}{3}(x+z) \\ 3)\ x+y+z\ \ = 34 \end{array}\right\}\ \text{woraus}\ \left\{\begin{array}{l} x = 8 \\ y = 16 \\ z = 10. \end{array}\right.$$

297. Drei Metallstücke sind in verschiedenen Verhältnissen aus Gold, Silber und Kupfer legirt. Im ersten sind 2 Loth Gold, 4 Loth Silber und 8 Loth Kupfer; im zweiten sind 3 Loth Gold, 9 Loth Silber und 6 Loth Kupfer; im dritten sind 10 Loth Gold, 5 Loth Silber und 15 Loth Kupfer. Wie viele Loth müssen von jedem Stücke genommen werden, um ein neues Stück zu erhalten, worin 4 Loth Gold, 6 Loth Silber und 9 Loth Kupfer enthalten sind?

Aufl. Man habe von dem ersten Stücke x, von dem zweiten y und von dem dritten z Loth zu nehmen. Nun berechne man, wie viele Loth Gold in jedem dieser Stücke enthalten sind; setze dann den berechneten Goldgehalt den 4 Loth Goldes, welche in dem neuen Stücke sich befinden sollen, gleich, so ergibt sich hieraus die erste Gleichung. Da nun das erste der gegebenen Stücke 14 Loth schwer ist, und an Gold 2 Loth darunter sind, so treffen auf die davon zu nehmenden x Loth Mischung $\frac{2}{14}$ x Loth an Gold, ebenso treffen auf die y Loth Mischung $\frac{3}{18}$ y Loth an Gold und auf die z Loth Mischung $\frac{10}{30}$ z Loth an Gold; daher ist die erste Gleichung: $\frac{2}{14}x+\frac{3}{18}y+\frac{10}{30}z = 4$. Ganz durch dieselben Schlüsse gelangt man zur zweiten und dritten Gleichung, indem man den Silber- und Kupfergehalt berechnet, so daß man hat:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ & \frac{2}{14}x+\frac{3}{18}y+\frac{10}{30}z=4 \\ 2)\ & \frac{4}{14}x+\frac{9}{18}y+\frac{5}{30}z=6 \\ 3)\ & \frac{8}{14}x+\frac{6}{18}y+\frac{15}{30}z=9 \end{aligned}\right\}\text{ woraus }\left\{\begin{aligned} x&=7 \\ y&=6 \\ z&=6. \end{aligned}\right.$$

298**. Jemand bringt vier Gefäße von 14, 12, 10 und 9löthigem Silber, die zusammen 44 Mark schwer sind, und von welchen die aus 14 und 12löthigem Silber bestehenden Gefäße gleiches Gewicht haben. Würde das 10löthige mit den beiden ersten legirt, so entstünde $12\frac{1}{2}$ löthiges Silber, und würde das 9löthige mit den beiden ersten Gefäßen legirt, so entstünde 11löthiges Silber. Wie viel löthiges Silber würde man bekommen, wenn alle vier Gefäße zusammen geschmolzen würden?

Aufl. $10\frac{10}{11}$löthiges Silber, indem das erste und zweite 10, das dritte 4 und das vierte 20 Mark wiegen.

299. Ein Landwirth hat dreierlei Bodengattungen: die erste besteht aus 40 Procent Thonerde, 30 Procent Kalkerde und 30 Procent Sand nebst Humus; bei der zweiten treffen auf einen Theil Thonerde 5 Theile Kalkerde und 2 Theile Sand nebst Humus, und die dritte Bodengattung besteht aus $\frac{1}{8}$ Thon-, $\frac{1}{2}$ Kalkerde und $\frac{3}{8}$ Sand nebst Humus. Er will nun durch Mengung eine neue Bodengattung mit 30 Procent Thonerde, 40 Procent Kalkerde und 30 Procent Sand nebst Humus erzeugen. Wie viel muß er von jeder Gattung nehmen?

Aufl. Von der dritten so oft $14\frac{6}{11}$ Theile, als er von der zweiten $21\frac{9}{11}$ und von der ersten $63\frac{7}{11}$ nimmt.

300. Ein Weinhändler hat in drei Fässern Wein, aber nicht in jedem gleich viel. Er nimmt aus dem ersten Fasse den 8ten Theil des ganzen Inhaltes und gießt ihn in das zweite Faß; hierauf gießt er aus

diesem den achten Theil des Inhaltes in das dritte Faß und endlich noch aus diesem den achten Theil in das erste Faß. Er untersucht nun den Inhalt der drei Fässer und findet in jedem 98 Maß. Wie viel Maß Wein hielt anfänglich jedes Faß?

Aufl. Es haben sich in dem ersten Fasse **x**, in dem zweiten **y** und in dem dritten **z** Maß Wein befunden, alsdann befinden sich nach der ersten Abzapfung und Einleerung im ersten Fasse $\frac{7}{8}x$ und im zweiten $\left(y+\frac{1}{8}x\right)$ Maß; nach der zweiten Abzapfung und Einleerung befinden sich im zweiten Fasse $\frac{7}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)$ und im dritten $\left(z+\frac{1}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)\right)$ Maß; endlich sind nach der dritten Abzapfung und Einleerung im dritten Fasse $\left(\frac{7}{8}\left(z+\frac{1}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)\right)\right)$ und im ersten $\left(\frac{7}{8}x+\frac{1}{8}\left(z+\frac{1}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)\right)\right)$ Maß Wein. Da nun in jedem Fasse sich 98 Maß vorfinden, so hat man folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \frac{7}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right) = 98 \\ 2) & \frac{7}{8}\left(z+\frac{1}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)\right) = 98 \\ 3) & \frac{7}{8}x+\frac{1}{8}\left(z+\frac{1}{8}\left(y+\frac{1}{8}x\right)\right) = 98 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 96 \\ y = 100 \\ z = 98. \end{array}\right.$$

301. Drei spielten mit einander. Im ersten Spiele verliert **A** an **B** und an **C** so viel, als jeder derselben bei sich hatte. Im zweiten Spiele verliert **B** an **A** und an **C** so viel, als jeder derselben am Anfange dieses Spieles hatte. Im dritten verliert **C** an **A** und an **B** $1\frac{2}{3}$ mal so viel, als jeder derselben am Anfange dieses Spieles hatte; hierauf besaß jeder 32 fl. Wie viel brachte jeder zum Spielen mit?

Aufl. **A** brachte 51 fl., **B** 27 fl. und **C** 18 fl. mit.

302. In einem Zeughaus befinden sich Kanonenkugeln in drei verschiedenen Haufen. Ein Officier läßt nun vom ersten Haufen ein Fünftel auf den zweiten und ein Fünftel auf den dritten; hierauf von den Kugeln, die sich jetzt im zweiten Haufen befinden, ein Fünftel auf den ersten und ein Fünftel auf den dritten Haufen legen; alsdann läßt er noch von den Kugeln, die den dritten Haufen nun ausmachen, den fünften Theil auf den ersten und eine gleiche Anzahl davon auf den zweiten legen, worauf sich in jedem Haufen 540 Kugeln befanden. Wie waren diese Kugeln Anfangs vertheilt?

Aufl. Im ersten Haufen waren 400, im zweiten 520 und im dritten 700 Kanonenkugeln.

303**. Ein Vater hinterläßt seinen drei Kindern drei ungleiche Capitalien **A**, **B** und **C**, welche zusammen 17586 fl. ausmachen, und verordnet, daß diese Capitalien auf folgende Weise vertheilt werden sollen. Von dem Capitale **A** nehme man den zehnten Theil, zahle hievon 3 fl. in die Armenkasse und schlage den Rest gleichheitlich zu dem zweiten und dritten Capitale. Nun nehme man den zehnten Theil von dem so vergrößerten zweiten Capitale, zahle davon 3 fl. in die Armenkasse und lege die eine Hälfte des Restes zu dem verminderten ersten und die andere zu dem vergrößerten dritten Capitale; alsdann nehme man von dem abermals vergrößerten dritten Capitale den zehnten Theil, zahle wieder davon 3 fl. in die Armenkasse und vertheile den Rest gleichmäßig an die beiden andern Capitalien. Hierauf waren die drei Capitalien gleich groß. Wie viel betrug jedes Anfangs?

Aufl. **A** bestand in 5810 fl., **B** in 5861 fl. und **C** in 5915 fl.

304. In einer Stadt befindet sich eine Schule mit drei Classen. Auf die Frage, wie viele Schüler in jeder Classe sich befinden, gab man folgende Antwort: „Würde man die Anzahl der Schüler in der zweiten und dritten Classe mittelst der in der ersten Classe, hierauf die so veränderte Anzahl der Schüler in der ersten und dritten Classe mittelst der neuen Anzahl in der zweiten, und eben so die so veränderte Anzahl der Schüler in der ersten und zweiten Classe mittelst der neuen Anzahl in der dritten Classe verdoppeln, so befänden sich in jeder Classe 32 Schüler." Wie viele Schüler waren nun wirklich in jeder Classe?

Aufl. In der ersten 52, in der zweiten 28 und in der dritten 16 Schüler.

305. Ein Schütze kehrte von einem Scheibenschießen zurück und wurde von seinem Nachbar um den Gewinn gefragt; worauf er antwortete: „Ich habe zwar vier Preise erhalten und doch nach Abzug aller Auslagen nur 12 fl. gewonnen. Meine ersten zwei Preise beliefen sich auf 39 fl., der erste und vierte auf 30 fl., der erste und dritte auf 34 fl., der zweite und dritte auf 25 fl.“ Wie viel betrugen nun seine Auslagen?

Aufl. Der erste dieser Preise soll in x, der zweite in y, der dritte in z und der vierte in w fl. bestehen, dann erhält man der Angabe gemäß folgende vier Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y = 39 \\ 2)\ x+w = 30 \\ 3)\ x+z = 34 \\ 4)\ y+z = 25 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 24 \\ y = 15 \\ z = 10 \\ w = 6. \end{array}\right.$$

Seine Auslagen betrugen also 55—12=43 fl.

306. Man soll vier Zahlen, **A**, **B**, **C** und **D**, aus folgenden Angaben bestimmen. Addirt man zur Summe der beiden ersten die dritte, so erhält man 64; addirt man zu derselben Summe die vierte, so erhält man 70; addirt man zu der Summe aus den beiden letzten Zahlen die erste, so bekömmt man 76, und addirt man zu eben dieser Summe die zweite, so bekömmt man 78. Wie heißen nun diese Zahlen?

Aufl. **A** ist 18, **B** 20, **C** 26 und **D** 32.

307. Man suche vier Zahlen von folgender Beschaffenheit: die erste übertrifft die halbe Summe der übrigen drei um 90, die zweite übertrifft den dritten Theil der Summe der übrigen drei um 100, die dritte ist dem vierten Theile der Summe von den übrigen drei Zahlen gleich, und die vierte wird von dem fünften Theile der übrigen drei Zahlen um 108 übertroffen. Wie heißen nun diese Zahlen?

Aufl. Die erste 360, die zweite 300, die dritte 180 und die vierte 60.

308. Eine Verlassenschaft ist unter vier Erben so zu vertheilen,

daß der erste Erbe 1600 fl. weniger, als die übrigen drei zusammen, der zweite 4000 fl. weniger, als die übrigen drei zusammen, der dritte 4400 fl. weniger, als die andern drei zusammen und der vierte 6000 fl. weniger, als die andern drei zusammen, bekommen soll. Wie viel erhielt nun jeder Erbe?

Aufl. Der erste 3200 fl., der zweite 2000 fl., der dritte 1800 fl. und der vierte 1000 fl.

309. Eine Familie besteht aus Vater, Mutter, Sohn und Tochter, und das Alter von jedem derselben bestimmt sich auf folgende Art: die Tochter zählt um 140, der Sohn um 128, die Mutter um 82 und der Vater um 70 Jahre weniger, als die jedesmaligen übrigen drei Glieder der Familie zusammen. Wie alt ist nun jedes?

Aufl. Der Vater ist 70, die Mutter 64, der Sohn 41 und die Tochter 35 Jahre alt.

310. Man theile die Zahl 144 so in vier ungleiche Theile, daß die halbe Summe der ersten zwei Theile den dritten Theil um 15 übertreffe, und die halbe Differenz derselben zwei Theile von dem vierten Theile um 16 übertroffen werde, daß ferner der zweite Theil um 23 mehr betrage, als der vierte Theil der Summe aus dem ersten und vierten Theile beträgt. Wie heißen diese vier Theile?

Aufl. Der erste Theil ist 51, der zweite 41, der dritte 31 und der vierte 21.

311. Eine Zahl ist in vier Theile so getheilt, daß, wenn man die Summe aus dem zweiten und dritten, die aus dem zweiten und vierten und die aus dem dritten und vierten Theile durch den ersten Theil dividirt, dieser Ordnung nach die Zahlen 5, 6 und 2 als Quotienten mit den Resten 18, 5 und 3 zum Vorschein kommen; dividirt man aber den zweiten Theil durch die Summe aus dem dritten und vierten Theile, so muß man 2 zum Quotienten mit dem Reste 14 erhalten. Wie heißt diese Zahl, und wie heißen ihre Theile?

Aufl. Die Zahl ist 163, und deren erster Theil ist 20, der zweite 100, der dritte 18 und der vierte 25.

312. Es wird eine vierzifferige dekadische Zahl gesucht, welche so beschaffen ist, daß die Summe der einzelnen Ziffern ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth 10 betrage, daß ferner die Summe der

äußern zwei Ziffern jener der beiden mittlern gleich sei, und die Summe der Ziffern auf der Zehner- und der Einheiten-Stelle jene der andern zwei Ziffern um 4 übertreffe. Addirt man endlich zu der zu suchenden Zahl 3087, so soll die Summe eine vierzifferige Zahl geben, welche dieselben Ziffern, aber in umgekehrter Ordnung hat. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. 1234.

313. Von einer vierzifferigen dekadischen Zahl ist die Summe der Ziffern an den Stellen der Tausende und Hunderte eben so groß, als die Summe der andern beiden Ziffern; ferner wird die Ziffer an der Stelle der Hunderte von der Summe der übrigen drei Ziffern um 14 übertroffen. Zieht man von der zu suchenden Zahl 6307 ab, so bleibt als Rest eine dreizifferige Zahl, welche, mit Ausnahme der Ziffer an der Stelle der Tausende, da diese hinweg fällt, dieselben Ziffern, wie die zu suchende Zahl, aber in umgekehrter Ordnung hat. Zieht man endlich von einer Zahl, welche dieselben Ziffern, wie die zu suchende, aber in verkehrter Ordnung hat, die zu suchende Zahl selbst ab, so erhält man 1818 als Unterschied. Wie heißt nun diese fragliche Zahl?

Aufl. 7209.

§. 12.
Bildung quadratischer Gleichungen, wenn deren Wurzeln gegeben sind.

a. Von reinquadratischen Gleichungen.

314. Wie heißt jene quadratische Gleichung, deren Wurzeln $+a$ und $-a$ sind?

Aufl. Bezeichnet man die unbekannte Größe, deren Werth sowohl $+a$ als auch $-a$ sein soll, durch x, so daß $x=a$ und auch $x=-a$ ist; dann heißen die beiden Wurzelgleichungen: $x-a=o$ und $x+a=o$. Werden nun diese beiden durch einander multiplicirt, so erhält man im Produkte die verlangte quadratische Gleichung, nämlich: $x^2-a^2=o$ oder auch $x^2=a^2$.

315. Wie heißt die quadratische Gleichung, deren Wurzeln $(a-\sqrt{-a})$ und $(\sqrt{-a}-a)$ sind?

Aufl. Bezeichnet man die Unbekannte der zu suchenden Gleichung mit x, so muß sein: $x = a - \sqrt{-a}$ und auch $x = \sqrt{-a} - a$, woraus die beiden Wurzelgleichungen: $x - a + \sqrt{-a} = 0$ und $x + a - \sqrt{-a} = 0$ entstehen, deren Produkt dann die verlangte quadratische Gleichung gibt, nämlich: $x^2 - (a - \sqrt{-a})^2 = 0$ oder $x^2 = a^2 - a - 2a\sqrt{-a}$.

316. **Wie heißt jene quadratische Gleichung, deren Wurzeln $\pm \sqrt[6]{a}$ sind?**

Aufl. Da hier einerseits $x = +\sqrt[6]{a}$ und andererseits $x = -\sqrt[6]{a}$ ist, wenn x die unbekannte Größe der zu suchenden quadratischen Gleichung bezeichnet, so sind die Wurzelgleichungen: $x - \sqrt[6]{a} = 0$ und $x + \sqrt[6]{a} = 0$, durch deren Produkt die zu suchende Gleichung sich ergibt, nämlich: $x^2 - \sqrt[6]{a^2} = 0$ oder $x^2 = \sqrt[3]{a}$.

Wie heißen in folgenden Beispielen für die gegebenen Wurzeln die zugehörigen quadratischen Gleichungen:

317. Wurzeln: ± 306

Aufl. $x^2 = 93636$.

318. Wurzeln: $\pm \frac{1}{2} m^2$.

Aufl. $x^2 = \frac{1}{4} m^4$.

319. Wurzeln: $1 - m$ und $m - 1$.

Aufl. $x^2 = m^2 - 2m + 1$.

320. Wurzeln: $\pm 1\frac{2}{3}\sqrt{6}$.

Aufl. $x^2 = 16\frac{2}{3}$.

321. Wurzeln: $\pm 2\sqrt{-b}$.

Aufl. $x^2 - 4b = 0$.

322. Wurzeln: $2 - \sqrt{-2}$ und $\sqrt{-2} - 2$.

Aufl. $x^2 - 4\sqrt{-2} = 2$.

323. Wurzeln: $\pm\sqrt{a}$.

Aufl. $x^2 = a$.

324. Wurzeln: $\pm\sqrt[8]{a}$.

Aufl. $x^2 = \sqrt[4]{a}$.

325. Wurzeln: $\pm\left(\sqrt{a}\pm\sqrt{b}\right)$.

Aufl. $x^2 = a \pm 2\sqrt{ab} + b$.

326. Wurzeln: $\pm\left(a\pm\sqrt[m]{b}\right)$.

Aufl. $x^2 = a \pm 2a\sqrt[m]{b} + \sqrt[m]{b^2}$.

327. Wurzeln: $\pm\left(\sqrt{a}\pm b\right)^2$.

Aufl. $x^2 = \left(\sqrt{a}\pm b\right)^4$.

328. Wurzeln: $\pm\left(a\pm\sqrt{b^2-a^2}\right)$.

Aufl. $x^2 = b^2 \pm 2a\sqrt{b^2-a^2}$.

b. Von nichtreinquadratischen Gleichungen.

329. **Wie heißt jene quadratische Gleichung, deren Wurzeln a und b sind?**

Aufl. Die Unbekannte dieser Gleichung sei x, so daß sowohl $x = a$ als auch $x = b$ ist, dann sind die beiden Wurzelgleichungen: $x - a = 0$ und $x - b = 0$; multiplicirt man nun diese durch einander, so erhält man in dem Produkte die verlangte quadratische Gleichung, nämlich: $x^2 - (a + b)\,x + ab = 0$.

330. **Wie heißt die quadratische Gleichung, deren zwei Wurzeln $a + \sqrt{b}$ und $a - \sqrt{b}$ sind?**

Aufl. Es sei die Unbekannte der zu suchenden Gleichung x, so daß $x = a + \sqrt{b}$ sowie auch $x = a - \sqrt{b}$ ist, dann heißen die beiden Wurzelgleichungen: $x - a - \sqrt{b} = 0$ und $x - a + \sqrt{b} = 0$, deren Produkt die verlangte Gleichung gibt, nämlich: $x^2 - 2ax + a^2 - b = 0$.

331. Wie heißt jene quadratische Gleichung, deren Wurzeln 14 und — 9 sind?

Aufl. Da nach den Auflösungen der vorhergehenden beiden allgemeinen Aufgaben die zu suchende quadratische Gleichung im ersten Gliede das Quadrat der beliebigen unbekannten Größe, im zweiten Gliede das Produkt aus dieser Unbekannten und der Summe der Wurzeln mit entgegengesetzten Zeichen und im dritten Gliede das Produkt aus den gegebenen zwei Wurzeln mit dem zutreffenden Zeichen enthält, so heißt die Gleichung im vorliegenden Falle: $x^2 - 5x - 126 = 0$.

Wie heißen in folgenden Beispielen für die gegebenen Wurzeln die zugehörigen quadratischen Gleichungen?

332. Wurzeln: $-a$ und $-b$.
Aufl. $x^2 + (a+b)x + ab = 0$.

333. Wurzeln: 7 und 11.
Aufl. $x^2 - 18x + 77 = 0$.

334. Wurzeln: — 2 und — 13.
Aufl. $x^2 + 15x + 26 = 0$.

335. Wurzeln: 8 und — 18.
Aufl. $x^2 + 10x - 144 = 0$.

336. Wurzeln: $-a$ und b.
Aufl. $x^2 - (b-a)x - ab = 0$.

337. Wurzeln: a und $\sqrt{a}$.
Aufl. $x^2 - (a + \sqrt{a})x + a\sqrt{a} = 0$.

338. Wurzeln: $-\sqrt{2}$ und $-\sqrt{6}$.
Aufl. $x^2 + \left(\sqrt{2} + \sqrt{6}\right)x + 2\sqrt{3} = 0$.

339. Wurzeln: $\sqrt{a-b}$ und $4\sqrt{a-b}$.
Aufl. $x^2 - 5x\sqrt{a-b} + 4a - 4b = 0$.

340. Wurzeln: $a+b$ und $a-b$.
Aufl. $x^2 - 2ax + a^2 - b^2 = 0$.

341. Wurzeln: $b + \sqrt{a^2 + b^2}$ und $b - \sqrt{a^2 + b^2}$.
Aufl. $x^2 - 2bx - a^2 = 0$.

342. Wurzeln: $3 + \sqrt{2}$ und $3 - \sqrt{2}$.
Aufl. $x^2 - 6x + 7 = 0$.

343. Wurzeln: a^2 und $-a^3$.

Aufl. $x^2-(a^2-a^3)x-a^5=0$.

344. Wurzeln: 5 und $2\frac{1}{2}$.

Aufl. $x^2-7\frac{1}{2}x+12\frac{1}{2}=0$.

345. Wurzeln: $\frac{1}{4}$ und -8.

Aufl. $x^2+7\frac{3}{4}x-2=0$.

346. Wurzeln: $-1\frac{1}{3}$ und $2\frac{1}{4}$.

Aufl. $x^2-\frac{11}{12}x-3=0$.

347. Wurzeln: $\frac{a}{b}$ und $-\frac{2a}{b}$.

Aufl. $x^2+\frac{a}{b}x-\frac{2a^2}{b^2}=0$.

348. Wurzeln: $\frac{a}{b}$ und $\frac{b}{a}$.

Aufl. $x^2-\frac{a^2+b^2}{ab}x+1=0$.

349. Wurzeln: $\frac{a+b}{a-b}$ und 1.

Aufl. $x^2-\frac{2a}{a-b}x+\frac{a+b}{a-b}=0$.

350. Wurzeln: $\sqrt{a}$ und $-\frac{1}{a}$.

Aufl. $x^2-\frac{a\sqrt{a}-1}{a}x-\sqrt{\frac{1}{a}}=0$.

§ 13.

Aufgaben zu Gleichungen vom zweiten Grade.

A. Ueber reinquadratische Gleichungen.

1. Mit einer unbekannten Größe.

351. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen, von denen die eine um zwei größer als die andere ist, beträgt um das Vierfache der größern dieser gedachten Zahlen weniger als 102. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Es sei die größere dieser Zahlen x, so heißt die kleinere $x - 2$; die Summe deren Quadrate beträgt sonach $x^2 + (x-2)^2$, und da diese Summe erst dann der Zahl 102 gleich kommt, wenn zu ihr noch das Vierfache von der größern der beiden Zahlen addirt wird, so hat man folgende Gleichung:

Theile = Ganzes

$$x^2 + (x-2)^2 + 4x = 102$$

$$x = \pm 7;$$

mithin ist die kleinere Zahl oder $x - 2 = \pm 7 - 2$, d. h. entweder ist die größere $+7$ und die kleinere $+5$, oder es ist die größere -7 und die kleinere -9.

352. Das Produkt zweier Zahlen beträgt 377; die eine derselben übertrifft die Zahl 21 um eben so viel, als die andere von der Zahl 21 übertroffen wird. Wie heißen nun diese zwei Zahlen?

Aufl. Bezeichnet man den Ueberschuß der ersten Zahl über die Zahl 21 mit x, so heißt die erste Zahl $21 + x$, mithin die zweite $21 - x$; deren Produkt ist nun $(21+x) \times (21-x)$, und da dieses 377 betragen soll, so ist:

Produkt = Produkt

$$(21+x).(21-x) = 377$$

$$x = \pm 8;$$

die größere Zahl ist demnach 29 und die kleinere 13.

353. Wenn man die Hälfte einer Zahl mit dem dritten Theile derselben Zahl multiplicirt, so gibt das Produkt $4\frac{1}{6}$. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. ± 5.

354. Die Hälfte, der dritte und vierte Theil von dem Quadrate einer Zahl betragen zusammen 156. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. ± 12.

355. Von welcher Zahl übertrifft deren Quadrat den vierten Theil des Produktes aus der Hälfte und aus dem fünften Theile derselben Zahl um 35,1?

Aufl. Diese Zahl ist ± 6.

356. Wenn man die Zahl 13 um eine bestimmte Größe vermehrt und sie um dieselbe Größe auch vermindert, so gibt das Produkt der so veränderten zwei Zahlen 69. Wie heißt jene Größe?

Aufl. Diese Größe ist ± 10.

357. Das Produkt zweier Zahlen, von welchen die eine eben so viel über, als die andere unter 20 beträgt, gibt die Zahl 41. Um wie viel übertrifft die größere Zahl die kleinere?

Aufl. Um 42.

358. Der Nenner eines Bruches ist um die Einheit größer als dessen Zähler; stürzt man diesen Bruch um und addirt letztern zum erstern, so gibt die Summe beider Brüche einen Bruch, dessen Zähler zwei, und dessen Nenner dem Zähler des gedachten Bruches gleich ist. Wie heißt nun derselbe?

Aufl. Dieser Bruch ist $\dfrac{\pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}}{\pm\sqrt{\dfrac{1}{2}}+1}$ oder $\dfrac{\pm\dfrac{1}{2}\sqrt{2}}{\pm\dfrac{1}{2}\sqrt{2}+1}$.

359. Wenn die Zahl 165683 durch das Quadrat einer gewissen Zahl dividirt wird, so erhält man 3 zum Quotienten und 8 zum Reste. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist ± 235.

360. Dividirt man 11500 durch eine positive ganze Zahl, so bekömmt man einen Quotienten, der dem Divisor gleich ist, und noch 51 als Rest. Wie heißt nun der Divisor?

Aufl. Er ist 107.

361. Unter 21 Arme, theils Männer, theils Weiber, wurde Geld vertheilt; ein Mann erhielt so viele

Kreuzer, als Männer, und ein Weib so viele Kreuzer, als Weiber darunter waren. Auf diese Weise bekamen alle Männer $1\frac{7}{9}$ mal so viel, als alle Weiber. Wie viele Männer und Weiber waren es?

Aufl. Es seien x Männer, also (21—x) Weiber gewesen, so erhielt ein Mann x, mithin alle Männer x^2 Kreuzer, und ein Weib (21—x), folglich alle Weiber $(21-x)^2$ Kreuzer. Da nun letzteres Produkt von ersterm $1\frac{7}{9}$ mal übertroffen wird, so muß sein:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$

$$x^2 = (21-x)^2 \times 1\frac{7}{9}$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{(21-x)^2 \times \frac{16}{9}}$$

$$x = 12;$$

die Anzahl der Weiber betrug sonach $21-12=9$.

362. Jemand kauft Pferde und legt dafür 2250 Dukaten aus, indem er für jedes Pferd so viele Dukaten bezahlte, als die zehnfache Anzahl der Pferde betrug. Wie viele Pferde hatte er nun gekauft?

Aufl. 15 Pferde.

363. Eine Köchin kauft Hühner auf dem Markte, das Stück um halb so viele Kreuzer, als die Anzahl der gekauften Hühner beträgt, und gab dafür einen ganzen Kronenthaler oder 162 Kreuzer aus. Wie viele Hühner hatte sie nun gekauft?

Aufl. 18 Hühner.

364. In einer Fabrik arbeiten Erwachsene und Kinder, zusammen 63 Personen. Wochentlich bekömmt ein Kind so viele Sechser (Sgr.), als es Kinder, und jede erwachsene Person so viele Groschen (halbe Sgr.), als es Erwachsene sind, und doch beziehen letztere zusammen 18mal so viel, als erstere mit einander verdienen. Wie viele Kinder und Erwachsene arbeiteten in der Fabrik?

Aufl. 9 Kinder und 54 Erwachsene.

365. Auf die Frage, wie viele Kinder gegenwärtig die Schule besuchen, antwortete ein Lehrer: „In der zweiten Classe sind zwei Kinder mehr, als in der dritten, und in der ersten gerade noch einmal so viel, als in der dritten Classe. Das Produkt der Anzahl der Kinder in den beiden obern Classen übersteigt die Anzahl der Kinder in der ersten Classe um 1764." Wie viele Kinder waren nun in jeder Classe?

Aufl. In der dritten Classe 42, in der zweiten 44 und in der ersten 84.

366. Drei Mädchen, A, B und C, bringen Eier zu Markte. A verkaufte so oft 4 als C 5, und B so oft 7 als A 6 Eier verkaufte. Das Produkt der Anzahl der Eier von den drei Mädchen beträgt 2688mal so viel, als die Anzahl der Eier bei C. Wie viele Eier hatte jedes Mädchen?

Aufl. Da sich die Anzahl der Eier von A zu der von C wie 4 zu 5, und die Anzahl der Eier von B zu der von A wie 7 zu 6 verhält, so muß C $\frac{5}{4}$x und B $\frac{7}{6}$x Eier haben, wenn A x Eier gehabt hat. Das Produkt dieser drei Zahlen beträgt $\frac{35}{24}x^3$ und kommt der 2688fachen Anzahl der Eier von C, d. i. 2688. $\frac{5}{4}$x gleich; daher ist:

Produkt = Produkt

$$\frac{35}{24}x^3 = 2688 . \frac{5}{4}x$$

$$x = 48;$$

B hatte also 56 und C 60 Eier.

367. Drei Räuber, A, B und C, theilen unter sich eine gemachte Beute auf folgende Weise: so oft A 12 fl. nimmt, erhält B 7 fl., und so oft B 10 fl. bekömmt, erhält C 3 fl. Multiplicirt man den erhaltenen Antheil des A mit dem des B, den Antheil des B mit dem des C und den Antheil des C mit dem des A, so gibt die Summe dieser drei Produkte 12390. Wie viel erhielt nun jeder?

Aufl. A bekam 120 fl., B 70 und C 21 fl.

368. Von drei Spielern, A, B und C, hatte A so oft 5 fl. als B 8 fl. gewonnen, und C so oft $1\frac{1}{2}$ fl. verloren, als A 4 fl. gewonnen hatte. Multiplicirt man den Gewinn des A mit dem von B und dann den Gewinn von B, so wie den von A mit dem Verluste des C, so gibt die Summe dieser drei Produkte die Zahl 1030. Wie viel hatten A und B gewonnen, und wie viel hat C verloren?

Aufl. A hatte 20 fl. und B 32 fl. gewonnen; C aber $7\frac{1}{2}$ fl. verloren.

369. Drei gezahnte Räder, welche mit ihren Zähnen in einander greifen, bewegen sich ungleich geschwind um ihre Achsen. Bis das erste Rad dreimal umläuft, ist das zweite nur einmal umgegangen, und bis das dritte Rad zweimal rotirt, muß das erste 27mal rotiren. Zieht man von dem Quadrate der Anzahl der Zähne des dritten Rades das Produkt aus der Anzahl der Zähne der beiden andern Räder ab, so erhält man 25812 als Differenz. Wie viele Zähne hat jedes Rad?

Aufl. Das erste hat 12, das zweite 36 und das dritte 162 Zähne.

370. Zwei Bauern, A und B, bringen zusammen 17 Schäffel Getreide in die Schranne und lösen gleich viel Geld, obwohl sie nicht gleichviel Getreide hatten. Hätte B das Schäffel so gut wie A verkaufen können, dann würde er 162 fl. bekommen haben. A hingegen hätte bei dem Preise von B aus seinem Getreide nur 128 fl. gelöst. Wie viele Schäffel sind von jedem verkauft worden, und um welchen Preis?

Aufl. A habe x, mithin B (17—x) Schäffel verkauft. Da x Schäffel nach dem Preise des B auf 128 fl. kommen, so kostet ein Schäffel $\frac{128}{x}$ fl. bei B, also seine (17—x) Schäffel $\frac{128}{x}(17-x)$ fl. Da ferner (17—x) Schäffel nach dem Preise des A 162 fl. kosten,

so kommt ein Schäffel bei **A** auf $\frac{167}{17-x}$ fl., also seine x Schäffel auf $\frac{162}{17-x} \cdot x$ fl. Nun hat aber **A** so viel als **B** gelöst, daher ist:

$$\text{Erlös des A} = \text{Erlös des B}$$

$$\frac{162\,x}{17-x} = \frac{128}{x} \cdot (17-x)$$

$$\sqrt{81x^2} = \sqrt{64.(17-x)^2}$$

$$x = 8;$$

B hat also (17 — x) oder 9 Schäffel verkauft. Bei **A** kam ein Schäffel auf $\frac{162}{17-x}$ oder auf 18 fl. und bei **B** auf $\frac{128}{8}$ oder auf 16 fl.

371. Zwei Reisende, **A** und **B**, gingen auf derselben Straße, aber mit ungleicher Geschwindigkeit, von Augsburg nach Wien und brauchten dazu zusammen 22 Tage. Hätte **A** täglich so viele Meilen als **B** gemacht, so wäre er nur 50 Meilen vorwärts gekommen; dagegen hätte **B** bei der Geschwindigkeit des **A** Wien früher erreicht, weil er 72 Meilen zurückgelegt haben würde. Wie lange brauchte jeder, und wie viele Meilen machte jeder täglich; wie viele Meilen wäre ferner hiernach Wien von Augsburg entfernt?

Aufl. **A** brauchte 10 Tag und machte täglich 6 Meilen; **B** brauchte 12 Tag, weil er täglich nur 5 Meilen zurücklegte; und die Entfernung von Wien bis Augsburg beträgt hiernach 60 Meilen.

372. Jemand kauft ein Stück von ordinärer Leinwand um 24 fl. (Thlr.), und ein zweites, das 20 Ellen mehr hielt und ganz feine Leinwand war, um 81 fl. (Thlr.). Hätte das erstere Stück so viele Ellen gehabt als das zweite, und umgekehrt dieses so viele als jenes, dann würde die ordinäre Leinwand $\frac{2}{3}$ von dem, was dann für die feine bezahlt werden müßte, gekostet haben. Wie viele Ellen hielt jedes Stück, und wie hoch kam die Elle?

Aufl. Von der ordinären Leinwand hielt das Stück 40 Ellen (à 36 kr. (18 Sgr.)) und von der feinen 60 Ellen (à 1 fl. 21 kr. (1 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr.)).

373. Ein Bauer verkauft wegen Mangel an Futter einige von seinen Kühen und Pferden, und zwar von jenen eben so viele als von diesen. Hätte er drei Kühe weniger verkauft, so würde er aus den Kühen nur 36 fl., und wenn er 4 Pferde mehr verkauft hätte, so würde er aus den Pferden 729 fl. gelöst haben. Er würde aber dann, wenn er 4 Kühe mehr und 3 Pferde weniger verkauft hätte, als er wirklich verkauft hat, eben so viel aus den Kühen als aus den Pferden gelöst haben. Wie viele Kühe und Pferde hatte er verkauft, und zu welchen Preisen?

Aufl. Er hat 5 Kühe à 18 fl. und 5 Pferde à 81 fl. verkauft.

374. Zwei Brüder, **A** und **B**, welche zusammen 7200 fl. besitzen, beziehen jährlich, obgleich die Procente nicht gleich sind, dennoch gleich viel Zinsen. Würde **A** so viel Procent als **B** bekommen, so trüge ihm sein Capital jährlich 175 fl.; und könnte **B** so viel Procent als **A** gewinnen, so würde ihm sein Capital jährlich 343 fl. an Interessen abwerfen. Welches Capital besaß jeder, und wie viel betrugen bei jedem die Procente?

Aufl. **A** hatte 3000 fl. zu $8\frac{1}{6}$ Procent, und **B** hatte 4200 fl. zu $5\frac{5}{6}$ Procent.

2. Mit mehreren unbekannten Größen.

375. Die Differenz der Quadrate zweier Zahlen beträgt 644 und das Produkt aus der Differenz der Zahlen selbst in die kleinere derselben 224. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere Zahl sei x und die kleinere y, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1)\ x^2 - y^2 & = 644 \\ 2)\ (x-y)\cdot y & = 224 \end{array}\right\}\ \text{woraus}\ \left\{\begin{array}{l} x = \pm 30 \\ y = \pm 16. \end{array}\right.$$

Bei der Auflösung multiplicire man die zweite Gleichung mit 2 und subtrahire sie dann von der ersten; hiedurch wird jede Gleichungsseite zu einem reinen Quadrate u. s. w.

376*. In dem Orte A treffen im Durchschnitte jährlich 7 Regentage auf 5 ganz heitere Tage; an den

übrigen Tagen ist der Himmel mehr oder weniger getrübt. Der Unterschied der Quadrate der Zahlen, welche die heitern und die Regen-Tage angeben, beträgt 6936. Wie viele heitere, trübe und Regen-Tage gibt es also jährlich in dem Orte A?

Aufl. Bezeichnet man die Anzahl der Regentage mit x und die der heitern Tage mit y, so hat man die Proportion $x:y=7:5$, woraus sich die erste Gleichung ergibt; die zweite liegt in der Differenz der in der Aufgabe erwähnten Quadrate, so daß

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 5x=7y \\ 2)\ x^2-y^2=6936 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=119 \\ y=\ 85. \end{array}\right.$$

377. Wird eine zweizifferige dekadische Zahl mit der an der Stelle der Zehner stehenden Ziffer multiplicirt, so gibt das Produkt 102; und wird eine andere dekadische Zahl, welche dieselben zwei Ziffern, aber in verkehrter Ordnung hat, mit der an der Stelle der Einheiten stehenden Ziffer multiplicirt, so erhält man zum Produkte 129. Wie heißen beide dekadische Zahlen?

Aufl. Bezeichnet man die eine Ziffer der ersten dekadischen Zahl mit x und die andere mit y, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ (10x+y)\,.\,x=102 \\ 2)\ (10y+x)\,.\,x=129 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=3 \\ y=4. \end{array}\right.$$

Die erste dekadische Zahl ist also 34 und die zweite 43.

Bei der Auflösung substituire man den Werth von x y aus der einen Gleichung in die andere u. s. w.

378. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen beträgt 1170, und die Differenz der Quadrate eben dieser zwei Zahlen beträgt 288. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere heißt 27 und die kleinere 21.

379. Multiplicirt man die Summe zweier Zahlen mit der größern, so erhält man 240, und wird sie mit der kleinern der beiden Zahlen multiplicirt, so kommt 160 zum Vorschein. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 12 und die kleinere 8.

380*. Man suche zwei Zahlen, von welchen die eine $1\frac{1}{5}$ mal so groß als die andere ist. Dividirt man die Summe der Quadrate dieser Zahlen durch die Differenz ihrer Quadrate, so erhält man 5 zum Quotienten und 54 zum Reste. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere 18 und die kleinere 15.

381. Dividirt man die Zahl 200 durch die Differenz zweier Zahlen, so erhält man einen Quotienten, der so groß ist, als die Summe der gedachten Zahlen. Die Summe der Quadrate von denselben Zahlen würde in der Zahl 3700 ohne Rest dreimal enthalten sein, wenn diese nicht um 74 zu klein wäre. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 27 und die kleinere 23.

382. Dem Nominalwerthe nach beträgt von einer zweizifferigen dekadischen Zahl die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern 89, und dem Lokalwerthe nach ist die Differenz der Quadrate dieser Ziffern 2436. Wie heißt nun diese dekadische Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 58.

383. Zieht man von dem Quadrate einer zweizifferigen dekadischen Zahl das zwanzigfache Produkt der beiden Ziffern — ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth — ab, so bekömmt man 164 als Rest; die Summe der Quadrate dieser Ziffern — ihrem Nominalwerthe nach — beträgt 65. Wie heißt diese dekadische Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 18.

384. Man suche drei Zahlen, **A**, **B** und **C**, von folgender Beschaffenheit: das Siebenfache von **C** ist dem Produkte von **A** und **B**, und das Dreiundsechzigfache von **B** ist dem Produkte von **A** und **C** gleich, endlich ist **A** in dem Produkte der beiden andern 112mal enthalten. Wie heißen diese drei Zahlen?

Aufl. Die Zahl **A** werde durch **x**, die Zahl **B** durch **y** und die Zahl **C** durch **z** bezeichnet, so hat man der Aufgabe gemäß folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1)\ 7z & = xy \\ 2)\ 63y & = xz \\ 3)\ \frac{yz}{x} & = 112 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 21 \\ y = 28 \\ z = 84. \end{array}\right.$$

385. Die Summe der Quadrate von drei positiven Zahlen beträgt 10125, die zweite dieser Zahlen ist in der ersten 7mal und die dritte in der zweiten 15mal ohne Rest enthalten. Welche Zahlen sind es nun?

Aufl. Die erste Zahl ist 315, die zweite 45 und die dritte 3.

386. Multiplicirt man eine dreizifferige dekadische Zahl mit der Anzahl von ihren bloßen Einheiten, so erhält man 5744, wird eine mit denselben Ziffern, aber in umgekehrter Ordnung geschriebene dekadische Zahl mit der Anzahl ihrer Hunderte multiplicirt, so erhält man 6536, und wird endlich mit eben dieser Zahl die Summe der Ziffern — ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth — multiplicirt, so erhält man 128 zum Produkte. Wie heißt nun diese dreizifferige dekadische Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 718.

387. Auf die Frage, mit welchen Nummern Jemand im nächsten Lottospiele einen Terno zu gewinnen hoffe, wurde folgende Antwort gegeben: das Produkt aus der ersten und zweiten Nummer gebe 770, das aus der ersten und dritten 1430 und das aus der zweiten und dritten 2275. Wie heißen also die drei Nummern?

Aufl. Die erste 22, die zweite 35 und die dritte 65.

388. Jemand läßt drei Zahlen errathen. Das Produkt der gedachten Zahlen, sagte er, beträgt 1728; die erste Zahl ist in dem Produkte der beiden andern 27mal und die zweite in dem Produkte der beiden andern 12mal enthalten. Welche Zahlen muß er sich gedacht haben?

Aufl. Als erste Zahl 8, als zweite 12 und als dritte 18.

389. Welche positive Werthe müssen die Größen w, x, y und z in dem Ausdrucke $nw^2 + n^2x^2 + n^3y^2 + n^4z^2$ haben, da der ganze Ausdruck $4\frac{3}{8}$, wenn $n = 1$, $19\frac{1}{8}$, wenn $n = 2$, 48, wenn $n = 3$ und $96\frac{1}{4}$ gibt, wenn $n = 4$ gesetzt wird?

Aufl. Es ist $w = \frac{1}{4}$, $x = 2$, $y = \frac{1}{2}$ und $z = \frac{1}{4}$.

B. Ueber nichtreinquadratische Gleichungen.

1. Mit einer unbekannten Größe.

390. Jemand multiplicirte zwei unmittelbar auf einander folgende ganze Zahlen der natürlichen Zahlenreihe und erhielt 1482 zum Produkte. Welche Zahlen waren es?

Aufl. Die kleinere Zahl sei x, so ist die größere $x+1$, deren Produkt also $x.(x+1)$, daher ist:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$

$$x.(x+1) = 1482$$

$$x = \frac{-1 \pm 77}{2};$$

d. i. entweder $x = 38$ oder $x = -39$; mithin sind diese zwei Zahlen 38 und 39 oder auch -39 und -38.

391. Wenn man aus einer um 8 Einheiten vermehrten Zahl die Quadratwurzel zieht, so ist die sich ergebende Wurzel um zwei größer, als die Quadratwurzel aus der Hälfte jener Zahl. Wie heißt nun diese?

Aufl. Diese Zahl sei x, so ist die um 8 Einheiten vermehrte Zahl $x+8$, also deren Quadratwurzel $\sqrt{x+8}$. Da nun diese um 2 mehr beträgt, als die Quadratwurzel aus der Hälfte jener Zahl, d. i. als $\sqrt{\frac{1}{2}x}$, so hat man die Gleichung:

$$\text{Ganzes} = \text{Theile}$$

$$\sqrt{x+8} = 2 + \sqrt{\frac{1}{2}x}$$

$$x = 8.$$

392. Jemand bezahlt zwei Reitpferde mit 550 fl. in lauter Dukaten (à $5\frac{1}{2}$ fl.). Aus den Dukaten, welche er für das erste Pferd zu bezahlen hat, kann er ein

regelmäßiges Viereck machen, und ebenso aus denjenigen, welche er für das andere Pferd zu erlegen hat. Wenn nun in jeder Seite des einen Viereckes zwei Dukaten mehr als bei dem andern Vierecke sich befinden, wie viele Dukaten muß dann jedes Pferd gekostet haben?

Aufl. Auf jeder Seite des einen Viereckes sollen x, also im ganzen Vierecke x^2 Dukaten liegen, dann befinden sich in dem andern Vierecke in jeder Seite $(x+2)$, also hier im ganzen Vierecke $(x+2)^2$ Dukaten. Die Dukaten beider Vierecke zusammen müssen aber 550 fl. oder $\frac{550}{5^1/_2}$ Dukaten ausmachen, daher ist:

$$\text{Ganzes} = \text{Theile}$$
$$\frac{550}{5^1/_2} = x^2 + (x+2)^2$$
$$x = -1 \pm 7.$$

Da nun hier für x ein negativer Werth nicht zulässig ist, so kostete das erste Pferd 6^2 oder 36 und das andere $(6+2)^2$ oder 64 Dukaten.

393. Es soll eine Zahl gefunden werden, die von ihrem Quadrate um 342 übertroffen wird. Wie heißt diese?

Aufl. Diese Zahl ist entweder $+19$ oder -18.

394. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen, von welchen die eine um 8 größer als die andere ist, beträgt 754. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die kleinere (-4 ± 19) und die größere (4 ± 19).

395. Von den drei Zahlen A, B und C ist A um zwei kleiner als B, und C um drei kleiner als A; ferner beträgt die Summe der Quadrate dieser Zahlen 354. Welche Zahlen sind es?

Aufl. A ist $\frac{1 \pm 32}{3}$, B ist $\frac{7 \pm 32}{3}$ und C ist $\frac{-8 \pm 32}{3}$.

396. Zu einem sogenannten Satteldache hat man zur Bedeckung in der Länge um 25 Platten mehr als in der Breite gebraucht. Wie viele Platten befinden sich in der Länge, wenn man zu den beiden Dachseiten 2352 Platten gebraucht hat?

Aufl. In der Länge sind 49, also in der Breite 24 Platten.

397. Durch welche Zahl muß $51\frac{1}{9}$ dividirt werden, damit der Quotient um eine Einheit weniger betrage, als der Divisor?

Aufl. Durch $\frac{3 \pm 43}{6}$; also entweder durch $7\frac{2}{3}$ oder durch $-6\frac{2}{3}$.

398. Welche Zahl übertrifft ihre Quadratwurzel um 57,51?

Aufl. Diese Zahl ist $\left(\frac{5 \pm 76}{10}\right)^2$.

399. Wenn man 154 durch die Quadratwurzel einer Zahl dividirt, so ist der Quotient um drei größer, als die Quadratwurzel jener Zahl. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist $\left(\frac{-3 \pm 25}{2}\right)^2$.

400. Jemand kauft 522 junge Bäume, welche er in zwei regelmäßige Vierecke so setzen läßt, daß bei dem einen in jeder Seite vier Bäume mehr zu stehen kamen, als in dem andern. Auf diese Weise konnten alle Bäume bis auf zwei eingesetzt werden. Wie viele Bäume befanden sich nun in jedem der beiden Vierecke?

Aufl. Das kleinere Viereck bilden $(-2 \pm 16)^2$ und das größere $(2 \pm 16)^2$ Bäume; dort also 196 und hier 324 Bäume.

401. Man zerlege 56 so in zwei ungleiche Theile, daß, wenn der größere Theil durch den kleinern und umgekehrt dieser durch jenen dividirt wird, die Differenz dieser Quotienten $5\frac{5}{6}$ gebe. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der kleinere Theil sei x, so ist der größere 56—x, mithin der eine Quotient $\frac{56-x}{x}$ und der andere $\frac{x}{56-x}$; daher ist hier die Gleichung:

Differenz = Differenz

$$\frac{56-x}{x} - \frac{x}{56-x} = 5\frac{5}{6}$$

$$x = \frac{188 \pm 148}{5};$$

der kleinere Theil ist also entweder $\frac{336}{5}$ oder 8, und der größere entweder $-\frac{56}{5}$ oder 48.

402. Man soll die Zahl 200 so in zwei Theile zerlegen, daß das vierfache Produkt die Differenz der Quadrate dieser Theile um 1600 übertreffe. Welche Theile sind es?

Aufl. Der eine Theil ist 150 ± 110 und der andere 50 ∓ 110.

403. Man zerlege 40 so in zwei Theile, daß das Quadrat des einen Theils eben so viel über 416, als das Quadrat des andern Theiles unter 416 betrage. Welche Theile sind es?

Aufl. Der eine Theil ist 20 ± 4 und der andere 20 ∓ 4.

404. Wie muß man die Einheit zerlegen, damit das Produkt der beiden Theile, in welche sie zerlegt werden soll, und die Summe ihrer Quadrate zusammen 421 geben?

Aufl. Der eine Theil muß $\frac{1 \pm 41}{2}$ und der andere $\frac{1 \mp 41}{2}$ sein.

405. Addirt man zu dem Zähler eines Bruches, welcher genau die Quadratwurzel vom Nenner ist, die Einheit, zieht dagegen zugleich ebensoviel vom Nenner ab, so beträgt der Werth des Bruches $\frac{1}{4}$. Wie heißt nun dieser Bruch?

Aufl. Bezeichnet man den Nenner des Bruches mit x, so ist der Zähler $\sqrt{x}$; addirt man nun zu diesem 1 und zieht von jenem 1 ab, so hat man die Gleichung:

Bruch = Bruch

$$\frac{\sqrt{x}+1}{x-1} = \frac{1}{4}$$

$$x = 25.$$

406. Das Quadrat eines Bruches, dessen Nenner um zwei weniger als die Quadratwurzel des Zählers beträgt, kommt dem $2\frac{1}{4}$fachen Zähler dieses Bruches gleich. Wie heißt nun dieser Bruch?

Aufl. Der Nenner ist 4 und der Zähler 36.

407. Ein Vater gab sein und seines Sohnes Alter auf folgende Art an: „Als mein Sohn geboren wurde, war ich gerade 26 Jahre alt; multiplicirt man unser gegenwärtiges, nach Jahren ausgedrücktes Alter miteinander, so kommt die Zahl 672 heraus." Wie alt ist jeder?

Aufl. Wenn der Sohn jetzt x Jahre alt ist, so muß der Vater $(26+x)$ Jahre zählen, und da das Produkt dieser beiden Zahlen 672 betragen soll, so muß sein:

$$\text{Produkt} = \text{Produkt}$$
$$(26+x) \cdot x = 672$$
$$x = \pm 29 - 13;$$

der Sohn ist also 16, sonach der Vater 42 Jahre alt. — Negative Werthe sind hier unzulässig.

408. Meine Mutter, sagte Jemand hat mich geboren, als sie halb so alt war, als ich jetzt bin. Multiplicirt man ihr gegenwärtiges, nach Jahren ausgedrücktes Alter mit dem meinigen, so übertrifft das Produkt unser Alter um 2500. Wie alt ist die Mutter und der Sohn jetzt?

Aufl. Die Mutter $62\frac{1}{2}$ und der Sohn $41\frac{2}{3}$ Jahr.

409. Jemand gab auf die Frage, wie alt seine Mutter geworden sei, folgende Antwort: „Meine Mutter, welche heute vor 25 Jahren gestorben ist, hat mich an ihrem 23sten Geburtstage geboren. Drückt man mein jetziges Alter und das meiner seligen Mutter in Jahren aus, so gibt die Summe der Quadrate dieser zwei Zahlen 6964. Wie alt war also die Mutter bei ihrem Tode?

Aufl. Die Mutter war 58 Jahre alt.

410. Jemand verkauft mehrere junge Schweine und löst daraus 24 fl. (Thlr.). Wären es deren um zwei Schweine weniger gewesen, dann hätte er jedes Schwein um 8 Kreuzer (4 Sgr.) theurer anbringen müssen, um ebenfalls 24 fl. (Thlr.) zu lösen. Wie viele Schweine wurden verkauft, und wie theuer jedes?

Aufl. Es sollen x Schweine verkauft worden sein, dann

kam ein Schwein auf $\frac{24}{x}$ fl. (Thlr.). Wären aber nur $(x-2)$ Schweine um 24 fl. (Thlr.) verkauft worden, so würde jedes $\frac{24}{x-2}$ fl. (Thlr.) gekostet haben. Da nun der letztere Preis 8 Kreuzer (4 Sgr.) oder $\frac{2}{15}$ fl. (Thlr.) mehr als der erstere beträgt, so muß sein:

Zweiter Werth = Zweiter Werth

$$\frac{24}{x}+\frac{2}{15}=\frac{24}{x-2}$$

$$x = 1 \pm 19.$$

Es wurden also 20 Schweine und jedes um $\frac{24}{20}$ fl. (Thlr.) oder um 1 fl. 12 kr. (1 Thlr. 6 Sgr.) verkauft.

411. A und B haben zusammen 21 Pfund Tabak gekauft. B gab für jedes Pfund so viele Vierundzwanziger (so vielmal 12 Sgr.), als A Pfund gekauft hat, und legte so 36 fl. (Thlr.) für seinen Tabak aus. Wie viele Pfund hat jeder gekauft?

Aufl. Es habe A x Pfund, also B $(21-x)$ Pfund gekauft, so bezahlte B für ein Pfund x Vierundzwanziger (12 x Sgr.) oder $\frac{2}{5}$ x fl. (Thlr.); mithin belief sich seine ganze Auslage für die $(21-x)$ Pfund auf $\frac{2}{5}$ x. $(21-x)$ fl. (Thlr.). Da diese nun in 36 fl. (Thlr.) besteht, so muß sein:

Auslage des B = Auslage des B

$$\frac{2}{5}x.(21-x) = 36$$

$$x = \frac{21 \pm 9}{2};$$

d. h. entweder hat A 15 und B 6, oder es hat A 6 und B 15 Pfund Tabak gekauft.

412. A und B verkaufen eine gewisse Anzahl Ellen, B nämlich fünf Ellen weniger als A, und lösen zusammen 64 fl. Hätte ich, sagte B zu A, deine Ellen

nach meinem Preise verkauft, so würde ich $42\frac{1}{2}$ fl. eingenommen haben. Ich würde, entgegnete A, bei meinem Preise nur 24 fl. aus deinen Ellen gelöst haben. Wie viele Ellen hatten nun A und B verkauft?

Aufl. A habe x, also B (x—5) Ellen verkauft. Wären x Ellen nach dem Preise des B, also um $42\frac{1}{2}$ fl. verkauft worden, so wäre eine Elle auf $\frac{42^1/_2}{x}$ fl., mithin die sämmtlichen (x—5) Ellen des B auf $\frac{42^1/_2}{x} \cdot (x-5)$ fl. gekommen. Wären dagegen (x—5) Ellen nach dem Preise des A — also um 24 fl. verkauft worden, so hätte eine Elle $\frac{24}{x-5}$ fl., folglich alle x Ellen des A $\frac{24x}{x-5}$ fl. gekostet. Da nun die Einnahme des B und die des A zusammen 64 fl. ausmachen, so hat man:

Theile = Ganzes

$$\frac{42^1/_2}{x} \cdot (x-5) + \frac{24x}{x-5} = 64$$

$$x = 21 \pm 4.$$

Es hat also A entweder 25 und B 20, oder A 17 und B 12 Ellen verkauft.

413. In zwei Schulzimmern befinden sich zusammen 18 Schulbänke. In dem einen Zimmer sitzen in jeder Bank $1\frac{1}{2}$ mal so viel Kinder, als in dem andern Zimmer Bänke sind. Wie viele Schulbänke befanden sich in jedem Zimmer, wenn jede Schule im Ganzen 120 Kinder zählte?

Aufl. In dem einen Schulzimmer waren (9 ± 1), d. i. entweder 10 oder 8 Bänke.

414. Ein reicher Herr schickte dem Vorstande einer Anstalt 300 fl. mit dem Wunsche, daß diese unter die Preiseträger der Anstalt gleichheitlich vertheilt werden möchten. Bei der Vertheilung erschienen zehn von den Preiseträgern, weil sie vermöglichen Eltern

angehörten, nicht; deßwegen erhielt von den Anwesenden jeder einen Gulden mehr, als er außerdem erhalten haben würde. Wie viele Preiseträger zählte die Anstalt, und wie viele Gulden erhielt jeder?

Aufl. Es waren im Ganzen 60 Preiseträger; und es erhielt jeder von den 50 ärmern 6 fl.

415. Ein Mädchen treibt Gänse zu Markte, welche sie unter 9 fl. 35 kr. (19 Thlr. 5 Sgr.) nicht verkaufen darf. Nun werden ihr unterwegs von einem Hunde zwei Gänse zerrissen; deßwegen muß sie, da sie keinen Schadenersatz bekam, jede der übrigen Gänse um zwei Kreuzer (Sgr.) theurer verkaufen, um so die verlangte Summe nach Hause zu bringen. Wie viele Gänse hatte sie Anfangs, und wie theuer verkaufte sie jede?

Aufl. Anfangs 25 Gänse; jede um 25 Kreuzer (Sgr.).

416. Zwei Handelsmänner, **A** und **B**, verkaufen von einer gewissen Waare mehrere Pfunde, **B** um 6 Pfund mehr als **A**, und lösen zusammen 70 fl. Hätte ich, sagte **A** zu **B**, deine Pfunde zu meinem Preise verkauft, so würde ich 48 fl. eingenommen haben. Ich hingegen, sagte **B**, hätte aus deinen Pfunden bei meinem Preise nur 25 fl. gelöst. Wie viele Pfund hatte nun jeder von derselben Waare abgesetzt?

Aufl. Entweder **A** 30 und **B** 36, oder **A** 10 und **B** 16 Pfund.

417. **A** hat zu einer Reise 18 Tage länger als **B** gebraucht, aber auch 45 Meilen mehr zurückgelegt. In derselben Zeit, in welcher **B** seine Reise vollendete, hätte **A** nur 54 Meilen zurückgelegt; **B** aber würde bei seiner Art zu reisen in jener Zeit, welche **A** auf seine Reise verwendete, 225 Meilen zurückgelegt haben. Wie viele Meilen machte nun jeder täglich, und wie lange brauchte jeder zu seiner Reise?

Aufl. **A** machte täglich $4\frac{1}{2}$ Meilen und war 30 Tage, **B** machte täglich $7\frac{1}{2}$ Meilen und war nur 12 Tage auf dem Marsche.

418. **A** braucht zu einer Reise von 315 Meilen 18 Tage länger als **B**, weil dieser täglich zwei Meilen mehr als jener zurücklegt. Wie lange hat jeder gebraucht und wie viele Meilen täglich zurückgelegt?

Aufl. A hat 63 und B 45 Tage gebraucht, indem jener täglich 5 und dieser täglich 7 Meilen zurücklegte.

419. Ein Vater vertheilt unter seine acht Kinder Aepfel. Den Knaben gibt er 24 und den Mädchen 30 Aepfel, wobei ein Mädchen zwei Aepfel weniger bekam, als ein Knabe. Wie viele Knaben und Mädchen waren darunter?

Aufl. Drei Knaben und fünf Mädchen.

420. Aus Freude über die Wiedergenesung seines einzigen Sohnes schenkte ein Vater 100 fl. in das Armenhaus seines Ortes mit dem Beisatze: daß die eine Hälfte unter die männlichen und die andere unter die weiblichen Armen gleichheitlich vertheilt werden soll. Auf diese Weise bekam ein männlicher Arme um $5\frac{1}{2}$ fl. weniger, als ein weiblicher. Wie viele Arme von jeder Art waren es, wenn im Ganzen 17 Arme vorhanden waren?

Aufl. Es waren 12 männliche und 5 weibliche Arme.

421. Mehrere Personen miethen ein Schiff zu einer Lustfahrt auf einem See um 4 fl. 48 kr. (4 Thlr. 24 Sgr.) für den ganzen Tag. Beim Einsteigen in das Schiff schloßen sich noch vier andere Personen an die Gesellschaft an, weßwegen jetzt jede Person um 6 Kreuzer (3 Sgr.) weniger zu bezahlen hatte. Wie viele Personen waren es Anfangs, und wie viel hatte jede an der Schiffsmiethe zu bezahlen?

Aufl. Anfangs waren es 12 Personen; jede von den 16 Personen hatte 18 kr. (9 Sgr.) zu bezahlen.

422. Ein kranker Vater vermacht zu gleichen Theilen seinen Kindern 126000 fl. Er genaß jedoch wieder. Später, als sich dieses Vermögen um 1200 fl. gebessert, aber auch die Zahl der Kinder sich um zwei vermehrt hatte, starb der Vater wirklich; und nun bekam jedes Kind um 1440 fl. weniger, als früher jedes Kind bekommen hätte. Wie viele Kinder hinterließ der Vater, und wie viele Gulden erhielt jedes?

Aufl. Er hinterließ 5 Kinder, und jedes bekam 2760 fl.

423. Zu einer vortheilhaften Unternehmung gibt A eine gewisse Summe auf 10 Monate her. Vier Monate später trat B mit 1500 fl. demselben Unternehmen

bei. Am Ende ergab sich ein gemeinschaftlicher Gewinn von 1800 fl., und A bezog an Capital und Gewinn zusammen 6000 fl. Wie groß war die Einlage und der Gewinn des A?

Aufl. Es habe A x fl. hergegeben auf 10 Monate, während B 1500 auf 6 Monate beilegte; alsdann berechnet sich der Gewinn des A durch folgende Proportion: $(10x + 6.\ 1500) : 1800 = 10x$: Gewinn des A; dieser beträgt sonach $\frac{10x.\ 1800}{10x + 9000}$ fl. Schlägt man denselben zu seinem Capitale von x fl., so ergibt sich die Gleichung:

Theile = Ganzes

$$x + \frac{18000x}{10x + 9000} = 6000$$

$$x = 1650 \pm 2850;$$

die Einlage des A beträgt also 4500 fl. und sein Gewinn 1500 fl.

424. B gibt 2000 fl. mehr als A zu einer Unternehmung her. Der Gewinn für beide beträgt 1100 fl. Nach der Theilung desselben hat A an Gewinn und Einlage zusammen $6066\frac{2}{3}$ fl. Wie groß war also dessen Einlage und Gewinn?

Aufl. A hat 5600 fl. eingelegt und $466\frac{2}{3}$ fl. gewonnen.

425. Drei Kaufleute, A, B und C, legen zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen Geld zusammen. B gibt $1\frac{1}{2}$ mal so viel als A, und C schießt 8000 fl. mehr als die beiden andern her. Sie gewinnen damit 7600 fl., und es bezieht B an Einlage und Gewinn 10800 fl. Wie groß war die Einlage und der Gewinn von jedem?

Aufl. A gab 6000 fl., B 9000 fl. und C 23000 fl. her, und es gewann A 1200 fl., B 18000 fl. und C 4600 fl.

426. Zu einem Handelsgeschäfte gibt A ein gewisses Capital auf 4 Jahre, B noch einmal so viel Geld auf 3 Jahre und C um 2800 fl. weniger als B auf zwei Jahre her. Am Ende ergibt sich ein Verlust von 1610 fl., so daß C nur mehr 6840 fl. nach Abzug des zutreffenden Verlustes zurück erhält. Wie viel gab jeder her, und wie viel verlor jeder?

Aufl. A gab 5000 fl., B 10000 fl. und C 7200 fl. her, und es verlor A 500 fl., B 750 fl. und C 360 fl.

2. Mit mehreren unbekannten Größen.

427. Die Summe zweier Zahlen und die Summe ihrer Quadrate betragen zusammen 266; die Differenz eben dieser zwei Zahlen und die Differenz ihrer Quadrate aber betragen zusammen 46. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere Zahl sei x und die kleinere y, so hat man der Aufgabe zufolge folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y+x^2+y^2=266 \\ 2)\ x-y+x^2-y^2=46 \end{array}\right\}\text{woraus}\left\{\begin{array}{l} x=\frac{-1\pm 25}{2} \\ y=\frac{-1\pm 21}{2}; \end{array}\right.$$

die größere Zahl heißt also 12 oder — 13 und die kleinere 10 oder — 11.

428. Die Summe, das Produkt und die Differenz der Quadrate zweier Zahlen sind einander gleich. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine Zahl sei x und die andere y, so ist der Aufgabe gemäß:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y=xy \\ 2)\ x+y=x^2-y^2 \end{array}\right\}\text{woraus}\left\{\begin{array}{l} x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}. \\ y=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}. \end{array}\right.$$

429. Wie heißen jene zwei Zahlen, deren Produkt p und deren Differenz d beträgt?

Aufl. Die größere Zahl ist $\frac{d\pm\sqrt{d^2+4p}}{2}$ und die kleinere $\frac{-d\pm\sqrt{d^2+4p}}{2}$.

430. Die Summe zweier Zahlen und die Summe ihrer Quadrate betragen zusammen a; die Differenz dieser Zahlen und die Differenz ihrer Quadrate geben zusammen b. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine ist $\frac{-1 \pm \sqrt{2a+2b+1}}{2}$ und die andere $\frac{-1 \pm \sqrt{2a-2b+1}}{2}$.

431. Die Summe der Quadrate zweier positiven Zahlen beträgt 697, und wird von dem Quadrate der kleinern Zahl die größere subtrahirt, so erhält man 97 als Differenz. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 24 und die kleinere 11.

432 Die Differenz zweier Zahlen multiplicirt mit der Differenz ihrer Quadrate, gibt 175, und deren Summe, multiplicirt mit der Summe ihrer Quadrate, gibt 259 zum Produkte. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist $\frac{7 \pm 5}{2}$ und die kleinere $\frac{7 \mp 5}{2}$.

433. Von zwei Zahlen sind die Differenz ihrer Quadrate, deren doppelte Summe und deren dreifaches Produkt einander gleich. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine ist $\frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$ und die andere $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$.

434. Das dreifache Produkt zweier positiven Zahlen beträgt 864, und wird die kleinere Zahl um den dritten Theil der größern vermindert, so bleibt 10 als Rest. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 18 und die kleinere 16.

435. Es werden zwei positive Zahlen gesucht, die so beschaffen sind, daß deren Summe und Produkt zusammen 116 betragen, und daß die Summe deren Quadrate die Summe der Zahlen selbst um 188 übertreffe. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 12 und die kleinere 8.

436. Wird eine zweizifferige dekadische Zahl durch die Summe der einzelnen Ziffern dividirt, so erhält man 6 zum Quotienten und 8 zum Reste; zieht man aber dieselbe Summe der Ziffern von deren vierfachem Produkte ab, so bleibt 101 übrig. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Die Ziffer an der Stelle der Zehner werde durch x und die an der Stelle der Einheiten durch y bezeichnet, so heißt die

zu suchende dekadische Zahl (10x+y); zieht man von ihr 8 ab, so läßt sich die Differenz durch die Ziffersumme (x+y) ohne Rest theilen. Man hat also der Aufgabe zufolge folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{10x+y-8}{x+y} = 6 \\ 2)\ 4xy-(x+y) = 101 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 7 \\ y = 4. \end{array}\right.$$

Die zu suchende Zahl ist also 74.

437. Dividirt man eine zweizifferige dekadische Zahl durch das Produkt der einzelnen Ziffern, so erhält man 2 zum Quotienten und 20 zum Reste. Wird die zu suchende Zahl von 132 subtrahirt, so stellt der Rest eine Zahl mit denselben zwei Ziffern, aber in umgekehrter Ordnung genommen vor. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 84.

438. Eine zweizifferige dekadische Zahl übertrifft eine andere, welche dieselben Ziffern aber in umgekehrter Ordnung hat, um 36; ferner beträgt die Differenz der Quadrate der Ziffern, ohne Rücksicht auf ihren Lokalwerth zu nehmen, 16. Wie heißt jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl heißt 40.

439. **A und B haben zusammen 5600 fl. zu gleichen Procenten als Capital ausgeliehen. Nach zwei Jahren erhält A an Capital und Zinsen 4400 fl., und B ebenso nach drei Jahren 2875 fl. zurück. Welches Capital hatte jeder ausgeliehen und zu wie viel Procent?**

Aufl. A habe x fl. zu y fl. Procent, also B (6500 — x) fl. ebenfalls zu y Procent ausgeliehen, dann erhält A nach zwei Jahren $\frac{2xy}{100}$ fl. und B nach drei Jahren $\frac{3(6500-x)}{100}$ y fl. als Interessen. Schlägt man diese sowie jene zu dem zugehörigen Capitale, so entstehen folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x + \frac{2xy}{100} = 4400 \\ 2)\ 6500 - x + \frac{3y(6500-x)}{100} = 2875 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 4000 \\ y = 5. \end{array}\right.$$

A hat also 4000 und B 2500 Gulden, jeder zu 5 Procent, ausgeliehen.

440. A und B haben zusammen 14000 fl., B jedoch sein Ca-

pital um ein Procent höher als A, angelegt. Nach vier Jahren erhält A 9440 fl. und nach 6 Jahren B 7980 fl. an Capital und einfachen Zinsen zurückbezahlt. Welches Capital hatte jeder ausgeliehen und zu wie viel Procent?

Aufl. A hat 8000 fl. zu $4\frac{1}{2}$ Procent und B 6000 fl. zu $5\frac{1}{2}$ Procent ausgeliehen.

441*. B hat 30000 fl. mehr an baarem Vermögen, als A. Beide beziehen zusammen 5700 fl. an jährlichen Interessen. Würde A von seinem Capitale so viel Procent als B beziehen, so betrüge seine jährliche Einnahme 2000 fl., und wenn B so viel Procent als A bezöge, dann nähme er jährlich 4000 fl. ein. Welches Capital besitzt jeder, und wie viel Procent wirft jedes ab?

Aufl. A hat 50000 fl. zu 5 Procent und B 80000 fl. zu 4 Procent angelegt; oder auch A 120000 fl. zu $2\frac{2}{3}$ Procent und B 150000 fl. zu $1\frac{2}{3}$ Procent.

442*. A und B machen mit zwei kleinen Capitalien, welche in ganzen Zahlen bestehen und zusammen 3800 fl. betragen, Geschäfte, die ihnen jährlich 218 fl. Gewinn einbringen. Könnte A ebenso vortheilhaft als B sein Capital verwenden, so würde er jährlich 120 fl. gewinnen; dem B würde sein Capital, auf die Art des A verwendet, nur 99 fl. eintragen. Wie viel beträgt jedes Capital, und zu welchen Procenten sind sie verwendet?

Aufl. A erhält $5\frac{1}{2}$ fl. Procent und hat 2000 fl., B erhält 6 fl. Procent und hat 1800 fl. als Capital.

443. B hat 1000 fl. mehr, aber zu einem Procent weniger als A, ausgeliehen. Nach vier Jahren würde B 80 fl. weniger an den vierjährigen Interessen als A beziehen. Am Ende des sechsten Jahres werden die beiden Capitalien sammt den sämmtlichen sechsjährigen einfachen Interessen zurückbezahlt, so daß die ganze Einnahme des A sich zu der des B verhält, wie sich die

Zahlen 333 und 355 zu einander verhalten. Wie groß ist jedes Capital, und wie viel Procent wirft jedes ab?

Aufl. A hat 9000 fl. zu 8 Procent und B 10000 fl. zu 7 Procent ausgeliehen.

444**. Die Summe der drei Glieder einer arithmetisch-stetigen Proportion ist 54, und die Summe der Quadrate eben dieser Glieder 1100. Wie heißen diese Glieder?

Aufl. Bezeichnet man das erste Glied mit x, das zweite mit y und das dritte mit z, so hat man zufolge der Aufgabe und mit Berücksichtigung, daß in dieser Proportion die Summe der beiden äußern Glieder dem doppelten mittlern gleich ist, folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y+z = 54 \\ 2)\ x^2+y^2+z^2 = 1100 \\ 3)\ x+z=2y \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = 18 \mp 8 \\ y = 18 \\ z = 18 \pm 8. \end{array}\right.$$

Die fragliche arithmethische Proportion heißt also entweder $10 \because 18 \div 26$ oder $26 \because 18 \div 10$.

445. Es sollen drei positive Zahlen, A, B und C, gesucht werden, welche so beschaffen sind, daß das Produkt aus A und B, zu ihrer Summe addirt, 35, das Produkt aus A und C, zu ihrer Summe addirt, 43, und das Produkt aus B und C, zu ihrer Summe addirt, 98 gebe. Welche Zahlen sind es?

Aufl. A ist 3, B 8 und C 10.

446. Man suche drei positive ganze Zahlen, A, B und C, von folgender Beschaffenheit: das Produkt von A und B ist um A kleiner als 168, das Produkt von A und C wird von 135 um C übertroffen, und das Produkt von B und C beträgt um B weniger als 320. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. A ist 8, B 20 und C 15.

447**. Drei Zahlen bilden eine geometrisch-stetige Proportion. Die Summe dieser Zahlen beträgt 35, und die Summe ihrer Quadrate 525. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Diese Zahlen sind: 5, 10 und 20.

448. Von einer geometrisch-diskreten Proportion beträgt die Summe aller Glieder 24; die Summe der äußern Glieder verhält sich zur Summe der mittlern, wie 7 zu 5, und das erste Glied ist in dem vierten sechsmal enthalten. Wie heißt diese Proportion?

Aufl. Entweder $2:6=4:12$ oder $2:4=6:12$.

449. Bei einer arithmetisch-diskreten Proportion beträgt die Summe der Quadrate der einzelnen Glieder 230; das Produkt der mittlern Glieder übertrifft das von den äußern um 15, und zieht man das erste Glied vom vierten ab, so bleibt viermal so viel, als man erhält, wenn das dritte Glied vom zweiten subtrahirt wird. Wie heißen die beiden Vorderglieder und die Differenz in dieser Proportion?

Aufl. Das eine Vorderglied ist $\mp 4 \pm 7$, das andere $\mp 4 \pm 10$, und die Differenz heißt ± 5.

450. Jemand, welcher um seine Hausnummer gefragt wurde, gab folgende Antwort: „Sie ist dreizifferig und so beschaffen, daß die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern 70, und daß das Vierfache von der Ziffer an der Stelle der Hunderte die Summe der beiden andern um die Einheit übertrifft; und wenn man zu ihr selbst die Nummer meiner vorigen Wohnung, d. i. 198, addirt, so erhält man in der Summe eine dekadische Zahl, welche dieselben Ziffern, wie meine Hausnummer, aber in umgekehrter Ordnung hat." Wie heißt nun dessen Hausnummer?

Aufl. Sie heißt 365.

451.**. Zieht man von einer dreizifferigen dekadischen Zahl 666 ab, so gibt der Unterschied eine zweizifferige dekadische Zahl, welche eben so viele Einheiten, als die fragliche Zahl Hunderte hat, und welche an der Stelle der Zehner eine Ziffer hat, die der Summe von den Ziffern an der Stelle der Einheiten und Zehner der gedachten Zahl gleich kommt. Ferner ist die Summe der drei Ziffern — ihrem Nominalwerthe nach genommen — gleich 12, und das Quadrat der in den Zehnern enthaltenen Einheiten übertrifft die Summe der Quadrate der andern zwei Ziffern, die ohne Rücksicht auf den Lokalwerth zu nehmen sind, um 342. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 723.

§. 14.

Aufgaben zu Gleichungen von der Form $x^{2m} + a\,x^m = b$.

452. Wenn man die vierte Potenz einer Zahl um 83232 vermindert, so gibt die Quadratwurzel aus dem Reste die gedachte Zahl selbst. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Man bezeichne diese Zahl mit x, potenzire sie mit 4 und ziehe von der Potenz die Zahl 83232 ab, dann erhält man, wenn dieser Rest mit 2 radicirt wird, $\sqrt{x^4 - 83232}$; und da diese Wurzel der zu suchenden Zahl gleich sein soll, so ist:

Zahl = Zahl

$$\sqrt{x^4 - 83232} = x$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{1 \pm 577}{2}}.$$

Die verlangte Zahl ist also entweder

$$1)\ + \sqrt{\frac{1+577}{2}} = +17,$$

oder

$$2)\ - \sqrt{\frac{1+577}{2}} = -17,$$

oder

$$3)\ + \sqrt{\frac{1-577}{2}} = +12\sqrt{-2}$$

oder

$$4)\ - \sqrt{\frac{1-577}{2}} = -12\sqrt{-2}.$$

453. Der Boden einer Geldkiste stellt ein regelmäßiges Viereck vor und ist ganz mit Kronenthalern (à 2,7 fl.) so belegt, daß sich in jeder Seite des Viereckes gleich viele derselben befinden; über dieser Schichte liegen um zwei solche Schichten mehr, als jede Schichte Thaler enthält. Wie viele Kronenthaler

müssen sich nun in jeder Seite der Bodenschichte befinden, wenn die ganze Kiste $11404\frac{4}{5}$ fl enthält?

Aufl. Wenn in jeder Seite der Bodenschichte x Thaler liegen, so enthält die ganze Schichte x. x oder x^2 Thaler, und übereinander befinden sich (x^2+2) Schichten, deren jede x^2 Thaler enthält, mithin beträgt die Anzahl aller Thaler der ganzen Kiste $x^2 . (x^2+2)$ Kronenthaler, deren Werth in $11404\frac{4}{5}$ fl. oder in $\frac{11404^4/_5}{2,7}$ Kronenthalern besteht; folglich heißt die Gleichung:

Anzahl der Thaler = Anzahl der Thaler

$$x^2 . (x^2+2) = \frac{11404^4/_5}{2,7}$$

$$x = +\sqrt{-1 \pm 65.}$$

Der einzige hier passende Werth ist $+\sqrt{-1+65} = 8.$

454. Zieht man das zweifache Quadrat einer positiven Zahl von dem achten Theile ihres Biquadrates ab, so bleibt 90 als Rest. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 6.

455. Dividirt man die Zahl 1800 — oder allgemein die Größe a — durch das Quadrat einer bestimmten Zahl, so erhält man einen Quotienten, welcher um 217 — oder allgemein um b — kleiner als der Divisor ist. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist $\pm\sqrt{\frac{217 \pm 233}{2}}$ — oder allgemein $\pm\sqrt{\frac{b}{2} \pm \sqrt{a + \frac{b^2}{4}}}.$

456. Von welcher rationalen Zahl übertrifft der Kubus die sechste Potenz um 0,026271?

Aufl. Diese Zahl ist $\sqrt[3]{0,5 \pm 0,473}$, also hier 0,3.

457. Die Hälfte, der dritte und vierte Theil von dem Quadrate einer positiven Zahl betragen zusammen um 20580 weniger, als die vierte Potenz derselben Zahl. Wie heißt also diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 12.

458. Jemand verkauft Pferde, jedes um so viele Gulden (Thlr.), als er Pferde verkaufte. Mit diesem Gelde kauft er 600 Schafe weniger, als die Anzahl der erlösten Gulden (Thlr.) beträgt, gibt jedoch sämmtliche Schafe sogleich einem Andern, welcher ihm für jedes Schaf so viele Kreuzer (halbe Sgr.) gibt, als es Schafe sind. Auf diese Weise besitzt er jetzt 600 fl. (Thlr.) mehr, als er nach dem Pferdeverkauf hatte. Wie viele Pferde und Schafe hatte er verkauft, und um welchen Preis ein jedes Stück?

Aufl. Er hatte 30 Pferde, jedes zu 30 fl. (Thlr.), und 300 Schafe — jedes um 5 fl. (Thlr.) — verkauft.

---

459. Die Summe der vierten Potenzen zweier Zahlen beträgt 1921, und die Summe der Quadrate derselben zwei Zahlen 61. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine Zahl sei x und die andere y, so hat man der Aufgabe gemäß folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x^4+y^4 = 1921 \\ 2)\ x^2+y^2 = \quad 61 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{\dfrac{61 \mp 11}{2}} \\ y = \pm\sqrt{\dfrac{61 \pm 11}{2}} \end{array}\right.$$

460. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen beträgt 765, und das Produkt dieser Quadrate 142884. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine ist $\pm\sqrt{\dfrac{765 \mp 117}{2}}$ und die andere $\pm\sqrt{\dfrac{765 \pm 117}{2}}$.

461. Die Differenz der Quadrate zweier Zahlen beträgt 124, und die Summe aus der größern und dem Quadrate der kleinern von den gedachten Zahlen beträgt 932. Wie heißen diese Zahlen?

Aufl. Die größere ist $\dfrac{1 \pm 165}{2}$ und die kleinere $\pm\sqrt{\dfrac{1865 \mp 65}{2}}$,

462. Wird das Quadrat einer Zahl um Etwas erhöht, so erhält man 26 — oder allgemein a —, und wird die vierte Potenz jener Zahl um das Quadrat dieses Etwas vergrößert, so erhält man 356 — oder allgemein b — zur Summe. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die Zahl ist $\pm\sqrt{13 \pm 3}$ oder allgemein $\pm\sqrt{\frac{a \pm \sqrt{2b - a^2}}{2}}$, und die Erhöhung besteht in 13 ∓ 3 oder allgemein in $\frac{a \mp \sqrt{2b - a^2}}{2}$.

463. Die Differenz der Quadrate zweier Zahlen beträgt 375, und das Produkt beider Zahlen 1400. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere $\pm\sqrt{\frac{375 \pm 2825}{2}}$ und die kleinere $\pm\sqrt{\frac{-375 \pm 2825}{2}}$.

464. Das Quadrat einer zweizifferigen dekadischen Zahl übertrifft das Quadrat der an der Stelle der Zehner befindlichen Ziffer um 8755, und die Differenz zwischen den Quadraten der, ihren Lokalwerthen nach genommenen, zwei Ziffern ist 8084. Wie heißt nun diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 94.

465. Addirt man zu dem Quadrate einer zweizifferigen dekadischen Zahl die Summe der Quadrate der einzelnen Ziffern, ohne Berücksichtigung ihres Lokalwerthes, so erhält man 1874, während das Produkt der beiden Ziffern nur 12 gibt. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 43.

466. Drei Zahlen, **A**, **B** und **C**, sind so beschaffen, daß die Summe der vierten Potenzen von **A** und **B** 1377, die Summe der Quadrate von **A** und **C** 73 gibt, und daß die vierte Potenz von **B** die zweite Potenz von **C** um 1232 übertrifft. Welche Zahlen sind es?

Aufl. **A** ist $\pm\sqrt{\frac{1 \pm 17}{2}}$, **B** ist $\pm\sqrt[4]{\frac{2609 \mp 17}{2}}$ und **C** ist $\pm\sqrt{\frac{145 \mp 17}{2}}$.

467. Die Summe der vierten Potenzen von drei positiven Zahlen beträgt 33137, und die Summe der Quadrate derselben Zahlen gibt 293; die vierte Potenz der größten von diesen drei Zahlen übertrifft die Summe der Quadrate von den beiden andern um 20587. Welche Zahlen sind es nun?

Aufl. Die größte Zahl ist 12, und die andern zwei sind 7 und 10.

§. 15.

Unbestimmte Aufgaben.

468. Jemand träumte, er werde in der gewöhnlichen Zahlenlotterie einen Ambo gewinnen, wenn er auf zwei Nummern setze, von welchen die eine um 11 größer als das Eilffache der andern sei. Welche Nummern hat er also zu setzen?

Aufl. Die größere Nummer werde durch x und die andere durch y bezeichnet, dann ergibt sich für diese zwei Unbekannten nur die einzige Gleichung:

$$x = 11y + 11$$

woraus $\begin{cases} \text{für } y = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7; \\ \phantom{\text{für }} x = 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88. \end{cases}$

469. Welche positive ganze Zahlen lassen sich statt x und y in der Gleichung $5x = 7y + 23$ substituiren, so daß sie der Gleichung Genüge leisten?

Aufl. Sucht man, was als bekannt vorausgesetzt wird, für die unbekannten x und y Werthe, welche die Form ganzer Zahlen haben, so findet man:

$$x = 7b + 6$$
$$y = 5b + 1$$

woraus $\begin{cases} \text{für } b = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4 \ldots. \\ \phantom{\text{für }} x = 6, 13, 20, 27, 34 \ldots. \\ \phantom{\text{für }} y = 1,\ 6, 11, 16, 21 \ldots. \end{cases}$

470. Welche positive ganze Zahlen befinden sich zwischen 100 und 400, die, durch 17 dividirt, Null, und durch 7 dividirt, 5 zum Reste geben?

Aufl. Bezeichnet man eine dieser fraglichen Zahlen durch x, den ersten Quotienten durch p und den zweiten durch q, so hat man für diese drei Unbekannten nur die zwei folgenden Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{x}{17} \quad = p \\ 2)\ \frac{x-5}{7} = q \end{array}\right\} \text{woraus } x = 119b + 68.$$

Die verlangten Zahlen sind also: 187 und 306. Sie ergeben sich, wenn man in dem Werthe von x für b die Zahlen 1 und 2 substituirt.

471. Jemand bezahlt 100 fl., zum Theil in Preußenthalern, zum Theil in anderer Münze. Als man bei jenen je sieben auf einen Wurf nahm, blieben zuletzt zwei Thaler übrig; man zählte daher dieselben noch einmal, indem man sechs Thaler auf jeden Wurf nahm, wobei der letzte Wurf unvollständig war, indem ihm noch vier Thaler fehlten. Wie viele Gulden wurden nun in Preußenthalern bezahlt?

Aufl. Man habe x Thaler zu zählen gehabt, und der Quotient, als man sie nach Würfen zu je sieben Thalern zählte (d. h. die Anzahl derselben mit 7 dividirte), sei p, endlich der zweite Quotient für die Zählung nach je sechs Thalern sei q, so hat man hier drei Unbekannte und folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{x-2}{7} = p \\ 2)\ \frac{x+4}{6} = q \end{array}\right\} \text{woraus } x = 42b + 2.$$

Es waren also 44 Preußenthaler; es wurden folglich damit nur 77 fl. bezahlt.

472. Mein Bruder ist um acht Jahre jünger als ich, und das Alter von uns beiden beträgt zusammen noch nicht dreißig Jahre. Wie alt ist nun jeder von uns?

Aufl. Mein Bruder könnte 1, 2, 3, 4 . . . 10 Jahre, und ich 9, 10, 11, 12 . . . 18 Jahre alt sein.

473. Jemand hat in zwei Taschen Geld, in der einen nur Gulden- (Thlr.) und in der andern nur Vierundzwanzig-Kreuzer-

Stücke ($\frac{2}{5}$ Thlr.), so daß sich in letzterer 36 Kreuzer (18 Sgr.) weniger als in ersterer befinden. Wie viel von solchen Stücken hatte er in jeder Tasche?

Aufl. In einer Tasche ($2a+1$) Gulden (Thlr.), und in der andern ($5a+1$) Vierundzwanziger ($\frac{2}{5}$ Thlr.); also entweder 1; 3; 5; 7 . . . Gulden (Thlr.), oder 1; 6; 11; 16 . . . . Vierundzwanziger ($\frac{2}{5}$ Thlr.).

474. Welche positive ganze Zahlen lassen, durch 11 dividirt, 5, und durch 9 dividirt, 7 zum Reste?

Aufl. Zahlen von der Form $99b+16$; also 16; 115; 214....

475. Welche positive ganze Zahlen sind, damit sie durch 13 ohne Rest dividirt werden können, um 4, und damit sie durch 16 theilbar seien, um 9 zu klein?

Aufl. Zahlen von der Form $208b+87$; also 87; 295; 503...

476. Welche ganze positive Zahlen unter 300 lassen sich durch 12 ohne Rest theilen und sind, damit sie durch 11 ohne Rest getheilt werden können, um 3 zu klein?

Aufl. Zahlen von der Form $132b+96$; also 96 und 228.

477. Welche ganze positive Zahlen sind, damit sie durch 13 theilbar seien, um 8 zu klein, und damit sie durch 14 theilbar seien, um 13 zu groß?

Aufl. Zahlen von der Form $182b+83$; also 83; 265; 447....

478. Welche ganze positive Zahlen befinden sich zwischen 1000 und 2000, welche durch 19 ohne Rest dividirt werden könnten, wenn sie um die Einheit größer, und durch 22, wenn sie um die Einheit kleiner wären?

Aufl. Zahlen von der Form $418b+265$; also 1101; 1519 und 1937.

479. Man suche drei Zahlen von folgender Beschaffenheit: dividirt man die erste durch 2, die zweite durch 3 und die dritte durch 7, so soll der zweite Quotient um 1 größer als der erste, und um 2 kleiner als der dritte sein. Welche Zahlen haben diese Eigenschaften?

Aufl. Die erste Zahl muß die Form $2b+2$, die zweite die

Form $3b+6$ und die dritte die Form $7b+28$ haben. Diese drei Zahlen sind also 2; 6 und 28, oder 4; 9 und 35 u. s. w.

480. Drei Kaufleute, **A**, **B** und **C**, haben unter sich einen Gewinn, der beinahe 2200 fl. betrug, im Verhältnisse zu ihren Einlagen vertheilt. Multiplicirt man den Antheil des **A** mit 11, den des **B** mit 12 und den des **C** mit 13, so ist das letzte Produkt um 30 kleiner als das erste, und dieses um 1 größer als das zweite. Wie viel erhielt jeder?

Aufl. Der erste Antheil muß die Form $156b+11$, der zweite die Form $143b+10$ und der dritte die Form $132b+7$ haben; also erhielt **A** 791, **B** 725 und **C** 667 Gulden.

481. Am ersten Mai machten drei Classen einer Anstalt mit ihren Lehrern einen Spaziergang nach einem benachbarten Erholungsplatze. Jeder Schüler der dritten Classe verzehrte daselbst 31 kr.; jeder der zweiten Classe 28 kr. und jeder der ersten Classe 25 kr. Auf diese Weise hatten die Schüler der dritten Classe 46 kr. weniger als die der zweiten, die der ersten Classe aber um 7 kr. weniger als die Schüler von der dritten Classe verzehrt. Wie viele Schüler zählte jede Classe?

Aufl. Die Zahl der Schüler von der dritten Classe muß die Form $700b+22$, die von der zweiten die Form $775b+26$ und die von der ersten Classe die Form $868b+27$ haben; also zählte die dritte Classe 22, die zweite 26 und die erste 27 Schüler.

482. Wie viele ganze positive Zahlen gibt es zwischen 2 und 200, welche, durch 3, 4 und 7 dividirt, nach der Ordnung die Reste 1, 2 und 3 geben?

Aufl. Eine solche Zahl werde durch x, der erste Quotient durch p, der zweite durch q und der dritte durch s bezeichnet, dann hat man für diese vier unbekannten Größen nur folgende drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} &1)\ \frac{x-1}{3}=p \\ &2)\ \frac{x-2}{4}=q \\ &3)\ \frac{x-3}{7}=s \end{aligned}\right\} \text{ woraus } x=84b+10.$$

Es gibt also nur die drei Zahlen: 10; 94 und 178.

483. Jemand zählt die Aepfel, welche auf den Markt gebracht werden sollen, zuerst nach Würfen von 4, dann nach Würfen von 5 Aepfeln, und es blieben in jedem Falle zuletzt drei übrig. Unterwegs ißt er zwei, und auf dem Markte verkaufte er nur 400 Aepfel. Hierauf zählte er den Rest nach Würfen von 7 und hernach auch nach Würfen von 9 Aepfeln, wo ihm im erstern Falle wieder drei, im letztern aber 7 Aepfel übrig blieben. Wie viele Aepfel nahm er von Hause mit?

Aufl. Er habe von Hause x Aepfel mitgenommen, dann bringt er zu Markte (x—2) Aepfel und hat nach dem Verkaufe noch (x—402) Aepfel übrig. Bei der ersten Zählung soll er p, bei der zweiten q, ferner nach dem Verkaufe bei der ersten Zählung s und bei der zweiten t Würfe gemacht haben, so ergeben sich für diese fünf unbekannten Größen folgende vier Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{ll} 1) & \frac{x-3}{4} = p \\ 2) & \frac{x-3}{5} = q \\ 3) & \frac{x-405}{7} = s \\ 4) & \frac{x-409}{9} = t \end{array}\right\} \text{woraus } x = 1260b + 643.$$

Er nahm also 643; 1903; 3163 . . . . . Aepfel von Hause mit.

484. Ein Vater, welcher zwei Söhne, den einen von 18 und den andern von 17 Jahren, und eine Tochter von 13 Jahren hatte, wurde von dem ältesten Sohne um sein Alter gefragt. Hierauf gab er zur Antwort: „Dividirt man mein nach Jahren ausgedrücktes Alter durch das deinige, so bleibt die Zahl 12, dividirt man es durch das Alter deines Bruders, so bleibt 14, und durch das deiner Schwester getheilt, gibt es 9 zum Reste." Wie alt war nun der Vater?

Aufl. Die Zahl seiner Jahre hat die Form 3978 b + 48; also war der Vater 48 Jahre alt.

485. Auf die Frage, wie viele Schüler in der Classe seien, antwortete der Lehrer der Classe: „Wenn man die Anzahl meiner

Schüler durch 8, 17 und 23 theilt, so erhält man nach der Ordnung die Reste 0, 13 und 18." Wie viele Schüler zählte also diese Classe?

Aufl. Die Schülerzahl hat die Form 3128 **b** + 64; also war die Classe 64 Schüler stark, da **b** hier wohl keinen andern Werth als Null haben kann.

486. Welche ganze positive Zahlen lassen durch 11, 12, 13 und 14 dividirt, der Reihe nach die Reste 0, 1, 2 und 3?

Aufl. Zahlen von der Form 12012 **b** + 12001; also 12001; 24013; 36025 u. s. w.

487. In einem Städtchen mit 2500 Einwohnern marschirte die Landwehrmannschaft nacheinander 5, 6, 7 und 11 Mann hoch auf, und es befanden sich im letzten Gliede 3, 4, 2 und 4 Mann. Wie stark ist die Landwehrmannschaft dieses Städtchens?

Aufl. Die Anzahl muß die Form 2310 **b** + 268 haben; also ist die Mannschaft hier 268 Mann stark.

488. Mein Regiment, sagte ein Oberst, ist, wenn es vollzählig ist, nicht 3000 Mann stark, und ich kann es, ohne daß ein Mann übrig bleibt, 5 und 7 Mann hoch aufstellen. Dagegen würden 3 Mann übrig bleiben, wenn ich es 9 Mann hoch, und es wäre ein Mann zu wenig, wenn ich es 11 Mann hoch aufstellen wollte. Wie stark ist nun das vollzählige Regiment?

Aufl. Die Anzahl der Mannschaft muß die Form 3465 **b** + 2100 haben; also ist das vollzählige Regiment hier 2100 Mann stark.

489. Ein Knabe, welcher gesonnen ist, mit Nüssen zu spielen, zählt seinen Vorrath an denselben nach Würfen zu 6, wobei ihm eine Nuß übrig bleibt. Nach drei Spielen zählt er seine Nüsse wieder, aber nach Würfen zu 7, wobei ihm keine übrig blieb; auch gewahrte er zugleich, daß er bisher 20 Nüsse gewonnen habe. In den folgenden drei Spielen verlor er 12 Nüsse. Um nun die übrigen nach Würfen zu 10 und 11 ohne Rest zählen zu können, müßte er im ersten Falle eine Nuß weniger und im zweiten 4 Nüsse mehr haben. Wie groß war sein anfänglicher Vorrath an Nüssen?

Aufl. Die Zahl der Nüsse muß die Form 2310 **b** + 43 haben; also hatte er 43; 2353 u. s. w. Nüsse.

490. Jemand hatte zwei Fässer mit Wein verkauft.

Der Erlös aus dem ersten Fasse betrug um 20 fl. (Thlr.) weniger, als der aus dem zweiten Fasse, indem die Maß von der ersten Sorte um 1 fl. 12 kr. (1 Thlr. 6 Sgr.) und von der zweiten um 1 fl. 36 kr. (1 Thlr. 18 Sgr.) abgegeben wurde. Wie viele Maß befanden sich in jedem Fasse?

Aufl. Es sollen sich in dem ersten Fasse x und in dem zweiten y Maß Wein befunden haben, so muß man aus dem Wein im ersten Fasse $1\frac{1}{5}$ x fl. (Thlr.) und aus dem im zweiten Fasse $1\frac{3}{5}$ y fl. (Thlr.) lösen. Da nun der Erlös aus dem ersten Fasse 20 fl. (Thlr.) weniger, als der aus dem zweiten beträgt, so hat man für diese zwei Unbekannten die einzige Gleichung:

$$1\frac{1}{5}x = 1\frac{3}{5}y - 20,$$

$$\text{woraus} \begin{cases} x = 4b + 2 \\ y = 3b + 14. \end{cases}$$

Es waren also in dem ersten Fasse 2 und im zweiten 14, oder im ersten 6 und im zweiten 17 Maß Wein u. s. w.

491. Jemand vertauscht Bayerthaler (à $2\frac{2}{5}$ fl.) gegen Dukaten (à $5\frac{1}{2}$ fl.) und erhält noch $2\frac{3}{10}$ fl. heraus. Wie viele Bayerthaler und Dukaten wurden gegen einander vertauscht?

Aufl. Es sollen x Bayerthaler gegen y Dukaten vertauscht worden sein, so betrugen jene 2,4 x fl. und diese 5,5 y fl. Da aber ersterer Werth um 2,3 fl. letztern übertrifft, so hat man für diese zwei Unbekannten die einzige Gleichung:

$$2{,}4x = 5{,}5y + 2{,}3$$

$$\text{woraus} \begin{cases} x = 55b + 17 \\ y = 24b + 7. \end{cases}$$

Es wurden also 17 Bayerthaler gegen 7 Dukaten, oder 72 Bayerthaler gegen 31 Dukaten u. s. w. vertauscht.

492. Jemand kauft Fasanen à 4 fl., Gänse à 1 fl.

und Enten à $\frac{1}{3}$ fl., zusammen 100 Stück um 60 fl. Wie viele Stücke von jeder Sorte waren es?

Aufl. Er habe x Fasanen, y Gänse und z Enten gekauft, so mußte er dafür $\left(4x+y+\frac{1}{3}z\right)$ fl. auslegen, und da dieß 60 fl. beträgt, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ & x+y+z = 100 \\ 2)\ & 4x+y+\tfrac{1}{3}z = 60 \end{aligned}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{aligned} x &= 2b \\ y &= 40-11b \\ z &= 9b+60; \end{aligned}\right.$$

er hat also 2 Fasanen, 29 Gänse und 69 Enten; oder 4 Fasanen, 18 Gänse und 78 Enten gekauft, u. s. f.

493. Jemand kauft Schafe und Schweine; ein Schaf um $3\frac{1}{2}$ fl. und ein Schwein um $6\frac{3}{4}$ fl., und löste aus jenen um 8 fl. mehr als aus diesen. Wie viele von jeder Gattung wurden gekauft?

Aufl. Die Anzahl der Schafe muß die Form $27b+10$ und die der Schweine die Form $14b+4$ haben; also hat er 10 Schafe und 4 Schweine, oder 37 Schafe und 18 Schweine u. d. gl. gekauft.

494. Jemand hat zwei Capitalien, das eine zu 5 und das andere zu 6 Procent ausstehen; letzteres trägt an Interessen jährlich um 27 fl. mehr als ersteres. Wie groß ist jedes Capital?

Aufl. Das 5procentige hat die Form $6b$ und das 6procentige die Form $5b+450$; also besteht jenes in 6 fl. und dieses in 455 fl.; oder jenes in 12 fl. und dieses in 460 fl., u. s. w.

495. Wenn man das Pfund Zucker mit 35 kr. ($17\frac{1}{2}$ Sgr.) und das Pfund Kaffee mit 40 kr. (20 Sgr.) bezahlt, und im Ganzen für den Zucker 3 fl. 55 kr. (3 Thlr. $27\frac{1}{2}$ Sgr.) mehr als für den Kaffee ausgegeben werden; wie viele Pfund Zucker und Kaffee wurden dann gekauft?

Aufl. Die Anzahl der Pfunde hat beim Zucker die Form $8b+9$ und beim Kaffee $7b+2$; also wurden 9 Pfund Zucker und 2 Pfund Kaffee, oder 17 Pfund Zucker und 9 Pfund Kaffee, u. s. f. gekauft.

496. Ein Großvater vermacht 19998 fl. mit dem Beisatze, daß jeder Enkel 3333 fl. und jede Enkelin 2222 fl. bekommen soll. Wie viele Enkel und Enkelinnen waren es?

Aufl. Die Anzahl der Enkel muß von der Form $2b+2$ und die der Enkelinnen von der Form $6-3b$ sein; also waren es 2 Enkel und 6 Enkelinnen, oder 4 Enkel und 3 Enkelinnen.

497. Ein Kaufmann ist 300 Gulden schuldig. Da er eben geldlos ist, so erbietet er sich, diese Schuld mit zwei Sorten von Tuch zu decken. Auf welche Weise kann er die Zahlung leisten, wenn die Elle von der ersten Sorte 5 fl. 12 kr. (5 Thlr. 6 Sgr.) und von der zweiten 6 fl. 20 kr. (6 Thlr. 10 Sgr.) kostet?

Aufl. Die Anzahl der Ellen von der ersten Sorte hat die Form $65-95b$ und die von der zweiten $78b-6$; also hätte er von dieser Sorte -6 und von jener $+65$ Ellen abzugeben. Die Zahlung ist mithin in ganzen Ellen nicht möglich.

498. Es wird eine Bibliothek von 1000 Bänden um 1000 fl. gekauft, wobei jeder Folioband mit 5 fl. (Thlr.), jeder Quartband mit 2 fl. 20 kr. (2 Thlr. 10 Sgr.) und jeder Octavband mit 48 kr. (24 Sgr.) bezahlt wird. Wie viele Bände von jeder Sorte waren es?

Aufl. Die Anzahl der Foliobände hat die Form $23b+6$, die der Quartbände hat die Form $114-63b$ und die der Octavbände hat die Form $880+40b$; also waren es 6 Folio-, 114 Quart- und 880 Octavbände u. s. f.

499. Jemand wechselt preußische Thaler gegen Kronenthaler aus und erhält noch 27 kr. oder $\frac{1}{6}$ Kronenthaler zurück. Wie viele preußische Thaler und Kronenthaler wurden gegeneinander vertauscht?

Aufl. Es wurden $(54b+45)$ preußische Thaler gegen $(35b+29)$ Kronenthaler vertauscht; d. i. 45 preußische Thaler gegen 29 Kronenthaler u. s w.

500. Ein Landmann verkauft 12 Schäffel Gerste und 8 Schäffel Weizen und löst 264 fl. daraus. Wie hoch kam von jeder Gattung das Schäffel?

Aufl. Das Schäffel von der Gerste auf $2b$ fl. und von dem Weizen auf $(33-3b)$ fl.; d. i. dort auf 2 fl. und hier auf 30 fl. u. s. w.

501. Jemand hat 882 fl. (504 Thlr.) theils in Bayer= theils in Kronenthalern. Wie viele von jeder Sorte müssen darunter sein?

Aufl. (363 + 9 b) Bayerthaler und (4 — 8 b) Kronenthaler, d. i. 363 Bayerthaler und 4 Kronenthaler.

502. Jemand kauft 3 englische, 11 französische und 7 deutsche Bücher zusammen um 50 fl., indem er für ein französisches Buch immer noch einmal so viel als für ein deutsches bezahlte. Was kostete das Buch von jeder Art?

Aufl. Ein englisches kostete (7 — 29 b) fl., ein französisches (6 b + 2) fl. und ein deutsches (3 b + 1) fl.; also hier ein englisches 7 fl., ein französisches 2 und ein deutsches einen Gulden.

503. Auf einem Strome passirt Jemand mit einem Floße, der mit 100 Eimern, theils Wein theils Brantwein theils Bier, beladen ist, die Landesgrenze und muß 100 fl. (Thlr.) Eingangszoll für seine Ladung bezahlen, indem er für den Eimer Wein 5 fl. (Thlr.), für den Eimer Brantwein 1 fl. (Thlr.) und für den Eimer Bier nur 3 Kreuzer ($1\frac{1}{2}$ Sgr.) Zoll zu entrichten hatte. Wie viele Eimer von jeder Sorte waren auf dem Floße?

Aufl. (19 b + 19) Eimer Wein, (1 — 99 b) Eimer Brantwein und (80 b + 80) Eimer Bier; also hier 19 Eimer Wein, ein Eimer Brantwein und 80 Eimer Bier.

504. Man zerlege die Zahl 400 so in zwei Theile, daß der eine Theil durch 30 und der andere durch 19 ohne Rest theilbar sei. Welche Theile sind es?

Aufl. Der eine Theil sei x, so ist der andere (400 — x); ferner soll 30 in dem ersten Theile p mal und 19 in dem andern q mal enthalten sein, dann hat man für die drei unbekannten Größen folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{x}{30} = p \\ 2)\ \frac{400-x}{19} = q \end{array}\right\} \text{woraus } x = 570\,b + 210.$$

Der eine Theil ist nun 210, folglich der andere 190.

505. Drei Personen, A, B und C, haben miteinander 1840 fl. geerbt. Dividirt man den Antheil des A

durch 101, den des **B** durch 87, und verdoppelt man den Antheil des **C**, so beträgt die Summe aus diesem Produkte und jenen zwei Quotienten 543. Wie viel erbte jeder?

Aufl. **A** habe x, **B** y und **C** z Gulden geerbt, dann hat man zufolge der Aufgabe folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y+z=1840 \\ 2)\ \dfrac{x}{101}+\dfrac{y}{87}+2z=543 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=17473\,b-313807 \\ y=315636-17487\,b \\ z=14\,b+11. \end{array}\right.$$

Substituirt man 18 für b, um allerseits positive Werthe zu bekommen, so treffen auf **A** 707 fl., auf **B** 870 fl. und auf **C** 263 fl.

506. Das Testament eines Advokaten veranlaßte einen Proceß, indem darin verordnet war, daß der eine seiner zwei Verwandten von den hinterlassenen 14000 Gulden einen solchen Antheil bekommen soll, der durch 71, und der andere einen Antheil, welcher durch 91 ohne Rest theilbar sei. Wie viel soll jeder bekommen?

Aufl. Der erste soll (8449 — 6461 b) und der zweite (6461 b + 5551) Gulden bekommen; also hier der erste entweder 8449 oder 1988 und der zweite 5551 oder 12012 Gulden.

507. Man zerlege die Zahl 3456 so in zwei Theile, daß der erste, durch 30 getheilt, 29 zum Reste, und der zweite, durch 37 dividirt, 36 zum Reste läßt. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste Theil ist von der Form 2939 — 1110 b und der zweite von der Form 1110 b + 517; also heißt der erste 2939 und der zweite 517 u. s. w.

508. Zwei Regimenter sind beinahe gleich stark an Mannschaft, das eine ist 21 und das andere 19 Mann hoch aufgestellt; bei jenem stehen im letzten Gliede nur 19 und bei diesem nur 16 Mann. Wie stark ist jedes, wenn sie zusammen aus 3560 Mann bestehen?

Aufl. Das erste besteht aus (399 b + 124) und das zweite aus (3436 — 399 b) Mann; also jenes aus 1720 und dieses aus 1840 Mann.

509. Man zerlege die Zahl 400 so in drei Theile, daß, wenn der erste durch 23, der zweite durch 28 und der dritte durch 41 multiplicirt wird, die Summe dieser Produkte 12180 betrage. Wie heißen diese Theile?

Aufl. Der erste 13 b + 12, der zweite 308 — 18 b und der

dritte $80 + 5b$; also sind hier die drei Theile 12; 308 und 80 u. dgl.

510. Ein Bauer hat in der Schranne Weizen, Roggen, Gerste und Hafer — zusammen 26 Schäffel — verkauft und $278\frac{1}{2}$ fl. eingenommen; indem er für ein Schäffel Weizen 15 fl., für ein Schäffel Roggen 10 fl., für ein Schäffel Gerste 11 fl. und für ein Schäffel Hafer $4\frac{1}{2}$ fl. bekam. Wie viele Schäffel von jeder Sorte hat er verkauft?

Aufl. Vom Weizen x, vom Roggen $(27+4x-13b)$, von der Gerste $(2-5x+11b)$ und vom Hafer $(2b-3)$ Schäffel. Hat er nun z. B. 8 Schäffel Weizen verkauft, so treffen, für $b=4$, auf den Roggen 7, auf die Gerste 6 und auf den Hafer 5 Schäffel u. dgl.

511. In welche vier Theile muß man die Zahl 99 zerlegen, damit, wenn der erste Theil durch 2, der zweite durch 3, der dritte durch 5 und der vierte durch 7 multiplicirt wird, die Summe der Produkte 353 gebe?

Aufl. Der erste Theil ist $2b+2$, der zweite x, der dritte $165-2x-5b$ und der vierte $3b+x-68$. Setzt man nun z. B. $x=20$, so ist für $b=19$ der erste Theil 40, der dritte 30 und der vierte 9, u. s. w.

512. Von welchen zwei ganzen positiven Zahlen beträgt Produkt und doppelte Summe zusammen 108?

Aufl. Die eine Zahl sei x und die andere y, so heißt die einzige hier mögliche Gleichung:

$$xy + 2(x+y) = 108$$

$$x = -2 + \frac{112}{y+2}.$$

Man zerlege nun die Zahl 112 in ihre Faktoren, setze dann nach und nach den Nenner $(y+2)$ jedem dieser Faktoren gleich, so läßt sich hieraus y, sonach auch x in ganzen und, wenn man die etwaigen negativen Werthe wegläßt, auch in positiven Zahlen bestimmen.

Die Faktoren von 112 sind: 1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 56 und 112. Setzt man nun z. B. $y+2=4$, so ist $y=2$ und $x=26$; setzt man ferner $y+2=7$, so ist $y=5$ und $x=16$ u. dgl.

513. Von welchen zwei ganzen positiven Zahlen gibt Differenz und Produkt zusammen 99?

Aufl. Hier ist $x=1+\frac{98}{y+1}$; also ist die eine Zahl 1 und die andere 50; oder die eine Zahl 6 und die andere 15 u. s. f.

514. Man suche zwei ganze positive Zahlen, deren Produkt ihre Summe um 71 übertrifft. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Hier ist $x=1+\frac{72}{y-1}$; also ist die eine Zahl 3 und die andere 37, oder es ist die eine Zahl 4 und die andere 25 u. s. f.

515. Man suche zwei ganze positive Zahlen, deren Produkt von ihrer neunfachen Summe um 129 übertroffen wird. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Hier ist $x=9+\frac{48}{9-y}$; also ist die eine Zahl 8 und die andere 57, oder es ist die eine Zahl 7 und die andere 33 u. s. w.

516. Von welchen zwei ganzen positiven Zahlen übertrifft das doppelte Produkt die sechsfache Differenz um 94?

Aufl. Hier ist $x=-3+\frac{38}{y-3}$; also ist die eine Zahl 4 und die andere 35, oder es ist die eine Zahl 5 und die andere 16 ꝛc.

517. Der dritte Theil des Produktes zweier Zahlen wird von der dreifachen Differenz derselben Zahlen um 4 übertroffen. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Hier ist $x=-9+\frac{33}{9-y}$; also ist die eine Zahl 8 und die andere 84, oder es ist die eine Zahl 6 und die andere 22 u. dgl.

518. Was hat man in dem Ausdrucke $\frac{2{,}8-3x}{\frac{1}{2}x-5}$ für x zu substituiren, damit dieser Ausdruck eine positive gerade ganze Zahl gibt?

Aufl. Die Formel jeder positiven geraden ganzen Zahl ist 2b, mithin hat man die Gleichung:

$$\frac{2{,}8-3x}{\frac{1}{2}x-5}=2b$$

$$x=\frac{10b+2{,}8}{b+3}.$$

Setzt man b=1, so wird x=3,2; und für b=2 ist x=4,56. Substituirt man nun 3, 2 statt x in dem gegebenen Ausdrucke, so erhält man 2, welches offenbar eine Zahl von der verlangten Eigenschaft ist; u. s. w.

519. Was muß in dem Ausdrucke $\frac{2x-3^1/_2}{5}$ statt x gesetzt werden, damit er einer positiven ganzen geraden Zahl gleich wird?

Aufl. $5b+1\frac{3}{4}$; z. B. $x=6\frac{3}{4}$ oder $x=11\frac{3}{4}$ u. s. w.

520. Was hat man in dem Ausdrucke $\frac{2^1/_4-3^1/_4 x}{8}$ statt x zu setzen, damit er einer negativen geraden ganzen Zahl gleich wird?

Aufl. $\frac{64b+9}{14}$; z. B. $x=5\frac{3}{14}$ oder $x=9\frac{11}{14}$ u. s. w.

521. Was hat man in dem Ausdrucke $\frac{0,2x-3}{2^1/_2-5x}$ statt x zu substituiren, damit er eine ganze gerade negative Zahl gibt?

Aufl. $\frac{25b-15}{50b-1}$; z. B. $x=\frac{10}{49}$ oder $x=\frac{35}{99}$ u. s. w.

522. Welche ganze positive Zahlen muß man in dem Ausdrucke $\frac{7x-5}{3}$ statt x setzen, damit er in ganze positive gerade Zahlen übergeht?

Aufl. $6b+5$; z. B. $x=5$, oder $x=11$ u. s. w.

523. Welche positive ganze Zahl darf statt x in dem Ausdrucke $\frac{2,2x+1^1/_5}{9}$ gesetzt werden, damit dieser eine ganze positive gerade Zahl wird?

Aufl. $90b+24$; z. B. $x=24$, oder $x=114$ u. s. w.

524. Welche Zahlen können in dem Ausdrucke $\frac{3x-4}{2-8x}$ für x gesetzt werden, damit dieser einer ungeraden positiven ganzen Zahl gleich kommt?

Aufl. Die Formel jeder ungeraden positiven ganzen Zahl ist $2b+1$, daher hat man folgende Gleichung:

$$\frac{3x-4}{2-8x} = 2b+1$$

$$x = \frac{4b+6}{16b+11}.$$

Setzt man nun $b=0$, so wird $x=\frac{6}{11}$, und für $b=1$ wird $x=\frac{10}{27}$. Substituirt man z. B. $\frac{6}{11}$ statt x in dem gegebenen Ausdrucke, so erhält man $+1$, welche Zahl die verlangte Eigenschaft hat; u. s. w.

525 a). Welche Zahlen kann man in dem Ausdrucke $\frac{4^1/_2\,x-3}{2^1/_3\,x+5}$ statt x setzen, damit dieser eine ganze negative ungerade Zahl wird?

Aufl. $-\frac{60\,b+12}{28\,b+41}$; z. B. $x=-\frac{12}{41}$, oder $x=-\frac{24}{23}$ u. s. f.

525 b). Welche positive Zahlen kann man in dem Ausdrucke $\frac{10-2^1/_3\,x}{4+^1/_2\,x}$ für x setzen, um eine ganze ungerade negative Zahl zu erhalten?

Aufl. $\frac{84+48\,b}{11-6\,b}$; z. B. $x=\frac{84}{11}$, und $x=\frac{132}{5}$.

526. Welche positive ganze Zahlen dürfen in dem Ausdrucke $\frac{6{,}4-0{,}6\,x}{7}$ statt x gesetzt werden, damit dieser zu einer ganzen ungeraden negativen Zahl wird?

Aufl. $69+70\,b$; also $x=69$, oder $x=139$, u. s. w.

527. Von welchen zwei ganzen Zahlen gibt die Summe ihrer Quadrate wieder eine Quadratzahl?

Aufl. Die eine dieser Zahlen sei x und die andere y, so heißt die zu suchende Quadratzahl x^2+y^2. Ein Quadrat bleibt aber noch ein solches, wenn es wieder durch eine Quadratzahl dividirt wird; daher ist auch $\frac{x^2+y^2}{y^2}$ oder $\frac{x^2}{y^2}+1$ noch ein Quadrat, dessen Wurzel um Etwas größer als $\frac{x}{y}$ ist. Bezeichnet man nun dieses

Etwas durch $\frac{p}{q}$, so ist von dem Quadrate $\frac{x^2}{y^2}+1$ die Wurzel $\frac{x}{y}+\frac{p}{q}$; mithin hat man folgende Gleichung:

$$\frac{x^2}{y^2}+1=\left(\frac{x}{y}+\frac{p}{q}\right)^2$$

woraus

$$\frac{x}{y}=\frac{q^2-p^2}{2pq}.$$

Die eine der fraglichen Zahlen hat sonach die Form q^2-p^2 und die andere die Form $2pq$; und man kann nun für p und q beliebige Werthe nehmen. Setzt man z. B. $q=2$ und $p=1$, so heißt die eine Zahl 3 und die andere 4. Wirklich ist nun die Summe der Quadrate dieser zwei Zahlen ebenfalls eine Quadratzahl, indem $3^2+4^2=5^2$ ist.

528. Von welchen zwei ganzen Zahlen gibt die Differenz ihrer Quadrate wieder eine Quadratzahl?

Aufl. Die eine Zahl hat die Form p^2+q^2, und die andere hat die Form $2pq$; z. B 5 und 4; 13 und 12 u. dgl.

529. Die Summe aus dem neunfachen Quadrate einer Zahl und dem doppelten Quadrate einer andern Zahl soll eine Quadratzahl sein. Wie müssen nun diese zwei Zahlen heißen?

Aufl. Die erste $2a^2-b^2$ und die andere $6ab$; z. B. 7 und 12; 1 und 36 u. s. f.

530. Zieht man das sechzehenfache Quadrat einer Zahl von dem fünffachen Quadrate einer andern Zahl ab, so gibt der Unterschied eine rationale Quadratzahl. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die erste a^2+5b^2 und die zweite $8ab$; z. B. 6 und 8; 9 und 16 u. s. w.

531. Was hat man in dem Ausdrucke a^2x^2+b für x zu substituiren, damit derselbe in ein rationales Quadrat übergeht?

Aufl. Wegen der Größe b muß die Wurzel des verlangten Quadrates um Etwas größer als ax sein; bezeichnet man nun dieses Etwas durch $\frac{p}{q}$, so hat man folgende Gleichung:

$$a^2 x^2 + b = \left(a x + \frac{p}{q}\right)^2$$

woraus $x = \frac{b q^2 - p^2}{2 a p q}$.

Setzt man nun $p = 1$ und $q = 2$, so wird $x = \frac{4b - 1}{4a}$, welches der für x zu substituirende Werth ist, um ein rationales Quadrat aus dem gegebenen Ausdrucke zu erhalten. Dieses heißt im gegenwärtigen Falle $\left(\frac{4b+1}{4}\right)^2$.

532. Was hat man in dem Ausdrucke $9x^2 + 8$ statt x zu setzen, damit derselbe eine Quadratzahl wird?

Aufl. $\frac{8q^2 - p^2}{6pq}$; z. B. $x = \frac{7}{6}$, oder $x = \frac{31}{12}$ u. s. w.

533. Was muß in dem Ausdrucke $a^2 x^2 + b x + c$ statt x substituirt werden, um ein vollständiges Quadrat zu erhalten?

Aufl. $\frac{c q^2 - p^2}{2 a p q - b q^2}$; z. B. $x = \frac{c - 1}{2a - b}$, oder $x = \frac{4c - 1}{4a - 4b}$ u. dgl.

534. Was muß in dem Ausdrucke $9x^2 - 5x + 3$ statt x gesetzt werden, damit er zu einer Quadratzahl wird?

Aufl. $\frac{3q^2 - p^2}{5q^2 - 6pq}$; z. B. $x = -2$, oder $x = \frac{11}{8}$ u. dgl.

535. Was hat man in dem Ausdrucke $a x^2 + b^2$ statt x zu substituiren, damit er in ein vollständiges Quadrat übergeht?

Aufl. Wegen des Gliedes $a x^2$ ist die Wurzel des verlangten Quadrates um Etwas größer als b; bezeichnet man dieses Etwas durch $\frac{p}{q} x$, so heißt hier die Gleichung:

$$a x^2 + b^2 = \left(\frac{p}{q} x + b\right)^2$$

woraus $x = \frac{2bpq}{aq^2 - p^2}$.

Setzt man z. B. $p=1$ und $q=1$, so wird $x=\frac{2b}{a-1}$; für $p=1$ und $q=2$ wird $x=\frac{4b}{4a-1}$. Werden nun diese Werthe statt x in dem gegebenen Ausdrucke substituirt, so muß man vollständige Quadrate erhalten.

536. Was muß in dem Ausdrucke $3x^2+4$ statt x gesetzt werden, um eine rationale Quadratzahl zu erhalten?

Aufl. $\frac{4pq}{3q^2-p^2}$; z. B. $x=2$, oder $x=\frac{8}{11}$ u. s. w.

537. Was muß in dem Ausdrucke $ax+b^2$ statt x gesetzt werden, um ein vollständiges Quadrat zu erhalten?

Aufl. $\left(\frac{2bpq}{aq^2-p^2}\right)^2$; z. B. $x=\frac{4b^2}{(a-1)^2}$, oder $x=\frac{16b^2}{(4a-1)^2}$ u. dgl.

538. Was hat man in dem Ausdrucke $5x+9$ statt x zu setzen, damit er eine Quadratzahl wird?

Aufl. $\left(\frac{6pq}{5q^2-p^2}\right)^2$; z. B. $x=\frac{9}{4}$, oder $x=144$ u. s. f.

539. Was hat man in dem Ausdrucke $2x^2+5x+4$ statt x zu substituiren, um eine Quadratzahl daraus zu erhalten?

Aufl. Wegen der Glieder $2x^2+5x$ muß die Wurzel des verlangten Quadrates um Etwas größer als 2 sein. Bezeichnet man dieses Etwas durch $\frac{p}{q}x$, so erhält man folgende Gleichung:

$$2x^2+5x+4=\left(\frac{p}{q}x+2\right)^2$$

woraus
$$x=\frac{4pq-5q^2}{2q^2-p^2}.$$

Setzt man z. B. $p=1$ und $q=1$, so wird $x=-1$; setzt man $p=2$ und $q=1$, so wird $x=-\frac{3}{2}$, und setzt man $p=1$ und $q=2$, so wird $x=-\frac{12}{7}$ u. s. w.

540. Was hat man in dem Ausdrucke ax^2+bx+c^2 für x zu setzen, damit derselbe ein vollständiges Quadrat wird?

Aufl. $\frac{2cpq-bq^2}{aq^2-p^2}$, oder auch $x=\frac{2c-b}{a-1}$, wenn man $p=1$ und $q=1$ setzt.

541. Wenn der Ausdruck $6x^2+19$ für $x=5$ eine rationale Quadratzahl gibt, so möchte man wissen, welche andere Werthe noch statt x gesetzt werden dürfen, um jedesmal eine Quadratzahl zu erhalten?

Aufl. Da eine solche andere Zahl von 5 um Etwas verschieden ist, so bezeichne man sie durch $y+5$ und setze diesen Werth statt x in dem gegebenen Ausdrucke, wodurch man zu einem andern Ausdrucke gelangt, welcher nach einem der vorhergehenden Fälle behandelt werden kann. Man erhält nämlich $6y^2+60y+169$; behandelt man nun diesen Ausdruck nach Aufg. 539 oder 540, so hat man:

$$6y^2+60y+169=\left(\frac{p}{q}y+13\right)^2$$

woraus
$$y=\frac{26pq-60q^2}{6q^2-p^2},$$

mithin
$$x=y+5=\frac{26pq-30q^2-5p^2}{6q^2-p^2}.$$

Setzt man nun $p=1$ und $q=1$, so wird $x=-\frac{9}{5}$ u. s. w.

542. Wenn der Ausdruck $31-3x^2$ für $x=3$ eine rationale Quadratzahl gibt, für welche andere Werthe von x wird dieser Ausdruck wieder ein vollständiges Quadrat geben?

Aufl. Für $x=\frac{4pq+3p^2-9q^2}{p^2+3q^2}$; z. B. für $x=-\frac{1}{2}$, oder für $x=\frac{11}{7}$ u. s. f.

543. Wenn der Ausdruck $2x^2+3x+11$ für $x=1$ eine rationale Quadratzahl gibt, welche andere Werthe dürfen für x noch substituirt werden, damit dieser Ausdruck jedesmal eine rationale Quadratzahl gibt?

Aufl. Für $x = \frac{8pq - 5q^2 - p^2}{2q^2 - p^2}$; z. B. für $x = 2$, oder für $x = -\frac{5}{7}$ u. s. w.

544. Wenn für $x = \frac{2}{5}$ der Ausdruck $5x^2 - 4x + 1\frac{4}{5}$ eine rationale Quadratzahl gibt, für welche andere Werthe von x wird dieser Ausdruck wieder vollständige Quadrate geben?

Aufl. Für $x = \frac{2pq + 2q^2 - 0{,}4p^2}{5q^2 - p^2}$; z. B. für $x = 0{,}9$, oder für $x = 4{,}4$ u. dgl.

§. 16.

Aufgaben zu logarithmischen Gleichungen.

545. Wie heißt die Basis eines Logarithmensystems, in welchem $-0{,}625$ der Logarithmus von $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ ist?

Aufl. Man fragt hier nach jenem Dignanden, der mit $-0{,}625$ potenzirt, zur Potenz $\frac{1}{8}\sqrt{2}$ gibt. Bezeichnet man nun diesen Dignanden oder, was dasselbe ist, die Basis des Logarithmensystems mit x, so ergibt sich folgende Gleichung:

Potenz = Potenz

$$x^{-0{,}625} = \frac{1}{8}\sqrt{2}$$

$$x = 16.$$

546. Das Produkt aus der fünften Wurzel in die Quadratwurzel einer Zahl beträgt 128. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl bezeichne man mit x, dann ist das verlangte Produkt $\sqrt[5]{x} \times \sqrt{x}$; mithin gilt die Gleichung:

Produkt = Produkt

$$\sqrt[5]{x} \times \sqrt{x} = 128$$
$$x = 1024.$$

547. Wenn bei einem Logarithmensysteme 7 der Logarithmus von der Zahl 823543 ist, um wie viel ist dann die Basis dieses Systems kleiner, als die Basis des Brigg'schen Systemes?

Aufl. Es sei die Basis dieses Systems um x kleiner als die des Brigg'schen Systemes, dann muß sie 10—x heißen; potenzirt man diese nun mit 7, so hat man folgende Gleichung:

Potenz = Potenz

$$(10-x)^7 = 823543$$
$$x = 3.$$

Die Basis dieses Logarithmensystemes ist also 7.

548. Das Produkt aus dem Kubus und dem doppelten Quadrate einer Zahl beträgt 33614. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 7.

549. Die Hälfte, der dritte und der vierte Theil von der siebenten Potenz einer Zahl betragen zusammen 303264. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 6.

550. Wie heißt jene Zahl, deren fünfte Potenz 53782400000 ist?

Aufl. Diese Zahl ist 140.

551. Wie heißt die Basis eines Logarithmensystemes, in welchem die Zahl 531441 zur Kennziffer 2 und zur Mantisse 4 hat?

Aufl. Die Basis dieses Systemes ist 243.

552. Wenn die Basis eines Logarithmensystems mit $\frac{3}{7}$ potenzirt wird, so kommt der Bruch $\frac{1}{15625}$ zum Vorschein. Wie heißt nun die Basis dieses Systemes?

Aufl. Diese Basis ist 0,00000000016384.

553. Wird eine Zahl durch ihre sechste Wurzel dividirt, so erhält man 371293 zum Quotienten. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 4826809.

554. Wenn man die vierte Wurzel einer Zahl durch ihre dritte Wurzel dividirt, dann erhält man $\sqrt[3]{2}$ zum Quotienten. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist $\frac{1}{16}$.

555. Wie heißt jene Zahl, welche, mit $\frac{2}{3}$ radicirt, 19683 gibt?

Aufl. Diese Zahl ist 729.

556. Um wie viel ist die Grundzahl jenes Logarithmensystemes, in welchem $\frac{7}{12}$ der Logarithmus von $\sqrt[6]{2187} \times \sqrt[12]{128}$ ist, von der Basis des Brigg'schen Systemes verschieden?

Aufl. Diese Grundzahl ist um 8 größer, als die des Brigg'schen Systemes und heißt folglich 18.

557. Wenn $3 = \overset{16}{\log}\ 4096$ ist, um wie viel muß dann die Basis vermindert werden, damit 6 der Logarithmus von derselben Zahl 4096 werde?

Aufl. Um 12, so daß jetzt $6 = \overset{4}{\log}\ 4096$ ist.

558. Wie heißt der Logarithmus von $\frac{32768}{4374}$ für die Basis $\frac{3}{4}$?

Aufl. Bezeichnet man den Logarithmus mit x, so hat man folgende Gleichung:

Potenz = Werth derselben

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{32768}{4374}$$

$$x = -7.$$

559. Die Zahl 14 ist auf eine um zwei Einheiten höhere Potenz als die Zahl 35 erhoben, und es beträgt deßwegen jene Potenz $31\frac{9}{25}$ mal soviel, als diese. Wie heißen die Exponenten dieser Potenzen?

Aufl. Der Exponent für den Dignanden 35 sei x, so heißt der des Dignanden 14, weil er um 2 größer sein soll, x+2; mithin hat man folgende Gleichung:

Potenz = Produkt oder Werth derselben

$$14^{x+2} = 31\frac{9}{25} \times 35^{x}$$

$$x = 2.$$

560. Welche Wurzel muß man aus 20736 ausziehen, um eben so viel zu erhalten, als man erhält, wenn man 12 auf eine mit dieser Wurzel gleichnamige Potenz erhebt?

Aufl. Der Wurzelexponent, also auch der Potenzexponent, werde mit x bezeichnet, so hat man die Gleichung:

Wurzel = Werth derselben

$$\sqrt[x]{20736} = 12^{x}$$

$$x = \pm 2.$$

561. Wie heißt der Logarithmus von $a^3 \sqrt{a} \times \sqrt[11]{a^6}$ zur Basis a^6?

Aufl. Dieser Logarithmus ist $\frac{89}{132}$.

562. Wie heißt der Logarithmus von der Zahl 262144 in einem Logarithmensysteme, dessen Basis 8 ist?

Aufl. Dieser Logarithmus ist 6.

563. Wenn ein Logarithmensystem 2,5 zur Grundzahl hat, wie heißt alsdann der Logarithmus von $97\frac{21}{32}$?

Aufl. Dieser Logarithmus ist 5.

564. Wird 18 mit einer um drei Einheiten geringern Zahl potenzirt, als 15, so verhält sich letztere Potenz zu ersterer, wie 15625 zu 8. Wie heißen die Exponenten dieser Potenzen?

Aufl. Der größere Exponent 6 und der kleinere 3.

565 a). Von einer geometrischen Proportion heißt das eine Vorderglied $\sqrt{3}$ das andere $\sqrt[3]{7}$ und der Quotient $\sqrt[4]{2}$; auf

welche Potenz müssen nun die Glieder dieser Proportion erhoben werden, damit das Produkt der äußern Glieder $2646\sqrt{2}$ beträgt?

Aufl. Auf die 6te Potenz.

565 b). Von einer geometrischen Proportion ist 16384 das eine und 20736 das andere Vorderglied und 2125764 das vierte Glied. Womit muß jedes Glied der Proportion radicirt werden, damit man in dem Produkte der Hinterglieder 324 erhalte?

Aufl. Mit 5.

566. Wird der Ausdruck $512^4\sqrt{729^{12}}$ mit derselben Zahl radicirt, mit welcher die Zahl 6 potenzirt wird, dann wird diese Potenz jener Wurzel gleich sein. Wie heißt nun der Radikator?

Aufl. Der Radikator ist ± 6.

567. Auf welche Potenz muß $\frac{3}{2}$ erhoben werden, um denselben Bruch zu erhalten, welchen man bekömmt, wenn aus $656\frac{55105}{65536}$ eine mit jener Potenz gleichnamige Wurzel gezogen wird?

Aufl. Auf die $\pm$ 4te Potenz.

568. Wem ist der Logarithmus von $\sqrt[3]{\frac{1}{144}}$ gleich, wenn die Basis des Systems — 12 heißt?

Aufl. Dieser Logarithmus muß $-\frac{2}{3}$ heißen.

569. Wie heißt der Logarithmus von $\frac{a^m}{b^m}$ für die Basis $\frac{b}{a}$?

Aufl. Dieser Logarithmus ist — m.

570. Wie heißt der Logarithmus von 15625 für die Basis $\overset{6}{\log}\, 7776$?

Aufl. Dieser Logarithmus ist 6.

571. Wie heißt für die Basis $\overset{\sqrt[3]{4}}{\log}\,(16\sqrt[3]{16})$ der Logarithmus von $\sqrt{2}$?

Aufl. Dieser Logarithmus ist $\frac{1}{6}$.

572. Wie heißt für die Basis $-\frac{1}{24}$ der Logarithmus von $4\sqrt[4]{-54}$?

Aufl. Dieser Logarithmus ist $-\frac{3}{4}$.

573. Wird 64 mit einer bestimmten Zahl radicirt, die erhaltene Wurzel mit 1024 multiplicirt, und dieses Produkt mit eben demselben Radikator radicirt, so erhält man 16 zur Wurzel. Wie heißt der Radikator?

Aufl. Dieser Radikator ist entweder 3 oder $-\frac{1}{2}$.

574. Der Unterschied zweier Potenzen von der Zahl 11, von welchen die eine Potenz einen halb so großen Exponenten als die andere hat, beträgt 14520. Wie heißt der größere der beiden Exponenten?

Aufl. Dieser Exponent ist 4.

575. Wird 12 sowohl mit der Hälfte einer Zahl als auch mit dem vierten Theile derselben Zahl potenzirt, so gibt die Summe dieser Potenzen $24 \times (72 + \sqrt{3})$. Wie heißt nun jene Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist 6.

576. Die Summe zweier Wurzeln aus derselben Zahl 4096, von welchen die eine Wurzel einen noch einmal so großen Radikator als die andere hat, beträgt 20. Wie heißen die Wurzelexponenten?

Aufl. Der eine heißt 3 und der andere 6.

577. **A** hat die Zahl 16777216 mit einer noch einmal so großen Zahl als **B** radicirt und deßhalb auch eine um 4032 kleinere Wurzel als **B** erhalten. Mit welcher Zahl hat also **A** radicirt?

Aufl. Mit 4.

578. Die Summe der fünften und siebenten Potenz einer Zahl gibt — 17408, und die Differenz eben dieser Potenzen beträgt — 15360. Wie heißt diese Zahl?

Aufl. Diese Zahl ist — 4.

579. Wird sowohl 4 als 5 mit einer und derselben Zahl potenzirt, so beträgt die Summe dieser Potenzen 4149 und die Differenz derselben 2101. Wie heißt der Exponent der Potenzen?

Aufl. Dieser Exponent ist 5.

580. Man läßt aus einem Fasse, das 60 Maß Wein hält, eine Maß Wein heraus; hierauf ersetzt man diese Maß durch Wasser und zapft, nachdem sich dieses mit dem Weine vollkommen vermischt hat, eine Maß von dieser Mischung ab. Wie lange kann man dieses Abzapfen und Nachgießen fortsetzen, bis in dem Fasse eben so viel Wein als Wasser enthalten ist?

Aufl. Nach $x$maligem Abzapfen soll diese Gleichheit in dem Fasse eingetreten sein. Man berechne nun, wie viel reiner Wein nach dem Abzapfen und wieder Aufgießen der ersten, zweiten, dritten u. s. f. bis x^{ten} Maß in dem Fasse noch enthalten ist. — Nachdem man aus diesem Eimerfasse eine Maß reinen Weines abgezapft und diesen Abgang mit Wasser ersetzt hat, bleiben noch 59 Maß Wein in der Mischung. Wird nun eine Maß dieser Mischung abgezapft, so lauft damit $\frac{1}{60}$ Maß Wasser und $\frac{59}{60}$ Maß Wein heraus. Nach dem zweiten Abzapfen bleiben nun im Fasse noch $\left(59 - \frac{59}{60}\right) = \frac{59^2}{60}$ Maß Wein. Ersetzt man den Abgang wieder durch Wasser und zapft hierauf von der Mischung wieder eine Maß ab, so lauft damit wieder der sechzigste Theil des noch im Fasse gebliebenen Weines — d. i. $\frac{59^2}{60^2}$ — heraus; mithin sind nach dem dritten Abzapfen im Fasse noch $\left(\frac{59^2}{60} - \frac{59^2}{60^2}\right) = \frac{59^3}{60^2}$ Maß Wein. Wird nun die abgezapfte Maß durch Wasser ersetzt, und abermal eine Maß abgezapft, so bleiben nach diesem vierten Abzapfen im Fasse noch $\frac{59^4}{60^3}$ Maß Wein; es werden also nach fünfmaligem Abzapfen noch $\frac{59^5}{60^4}$, mithin nach $x$maligem Abzapfen noch $\frac{59^x}{60^{x-1}}$ Maß Wein in dem Fasse sich befinden, und das Uebrige muß Wasser sein. Da aber zufolge der Aufgabe die Quantität des Wassers jener des reinen Weines gleich sein soll, so beträgt jede einen halben Eimer oder 30 Maß, und es ist nun:

Weinrest = Weinrest

$$\frac{59^x}{60^{x-1}} = 30$$

$$x = 41{,}2\ldots$$

d. h. nach 41maligem Abzapfen ist etwas mehr Wein und nach 42maligem etwas weniger Wein als Wasser in dem Fasse.

581. In einem Fasse befinden sich 100 Maß Wein. Man zapft drei Maß davon ab und ersetzt diese durch Wasser. Als dieses sich vollkommen mit dem Weine vermischt hatte, wurden drei Maß von dieser Mischung abgezapft und sogleich wieder durch Wasser ersetzt. Wie oft muß man dieses Verfahren wiederholen, damit in der Mischung nur mehr 75 Maß reinen Weines enthalten sind?

Aufl. 9,4...mal.

582. Ein Faß, welches zwei Eimer (à 60 Maß) hält, ist ganz mit Wein, von welchem die Maß 1 fl. 36 kr. (1 Thlr. 18 Sgr.) kostet, gefüllt. Man zapft nun eine Maß ab und füllt das Faß wieder voll mit Wasser, welches hier keinen Werth hat. Nachdem sich Wasser und Wein vollkommen vermischt haben, wird wieder eine Maß abgezapft, und das Faß mit Wasser aufgefüllt. Wie oft muß dieses Verfahren wiederholt werden, wenn die Maß Mischung noch einen Werth von einem Gulden (Thlr.) haben soll?

Aufl. 56,1...mal; d. h. nach 56maligem Abzapfen beträgt der Werth einer Maß noch über und nach 57maligem schon unter einem Gulden (Thlr.).

583. In einem Fasse befinden sich $\frac{5}{4}$ Eimer (à 60 Maß) Wein im Werthe von 90 fl. (Thlr.). Man zapft nun 5 Maß ab und ersetzt diese mit Wasser, das keinen Werth haben soll. Sobald sich das Wasser mit dem Weine vollkommen vermischt hat, werden von der Mischung wieder 5 Maß abgezapft und sogleich durch Wasser ersetzt. Wie oft darf dieses Verfahren wiederholt werden, damit die Maß Mischung noch einen Werth von 40 Kreuzern (20 Sgr.) habe?

Aufl. 8,5...mal.

584. Das Produkt zweier Zahlen beträgt 99 und die Differenz ihrer fünften Potenzen 102002. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere Zahl sei x und die kleinere y, dann hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l}1)\, xy = 99 \\ 2)\, x^5 - y^5 = 102002\end{array}\right\}\text{woraus}\left\{\begin{array}{l}x = 99 : \text{num.}\frac{1}{5}\log(-51001 \pm 110050) \\ y = \text{num.}\frac{1}{5}\log(-51001 \pm 110050).\end{array}\right.$$

Läßt man das positive Zeichen gelten, so wird $x = 11$ und $y = 9$.

585. Das Produkt zweier Zahlen beträgt 54, und die Summe von den sechsten Potenzen derselben Zahlen ist 578097. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die eine Zahl ist $\text{num.}\frac{1}{6}\log\frac{578097 \pm 484785}{2}$ und die andere $54 : \text{num.}\frac{1}{6}\log\frac{578097 \pm 484785}{2}$; folglich die eine 9 und die andere 6.

586. Die fünften Potenzen zweier Zahlen geben zur Summe 91817 und zur Differenz 26281. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 9 und die kleinere 8.

587. Die siebenten Potenzen zweier Zahlen betragen zusammen 1273609, und der Unterschied derselben Potenzen ist 2920695. Wie groß ist jede dieser Zahlen?

Aufl. Die größere ist 8 und die kleinere — 7.

588. Der Quotient zweier Zahlen beträgt $1\frac{1}{2}$ und die Differenz der achten Potenzen eben dieser Zahlen 1614080. Welche Zahlen sind es?

Aufl. Die größere ist 6 und die kleinere 4.

589. Die Summe zweier verschiedenen Potenzen von der Zahl 6 beträgt 1302, und das Produkt dieser Potenzen ist 7776. Womit ist die Zahl 6 potenzirt?

Aufl. Einmal sei die Zahl 6 mit x und das andere Mal mit y potenzirt, dann hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l}1)\ 6^x + 6^y = 1302 \\ 2)\ 6^x \times 6^y = 7776\end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = \dfrac{\log(651 \mp 645)}{\log 6} \\ y = \dfrac{\log(651 \pm 645)}{\log 6}.\end{array}\right.$$

Läßt man das obere Zeichen gelten, so wird $x = 1$ und $y = 4$.

590. Die Summe zweier verschiedenen Potenzen von der Zahl 5 beträgt 3250, und die Differenz eben dieser Potenzen ist 3000. Wie heißen die Exponenten dieser Potenzen?

Aufl. Der eine Exponent ist 5 und der andere 3.

591. Welche Potenz von $\frac{3}{2}$ übertrifft eine andere Potenz eben dieses Bruches um $9\frac{9}{64}$, wenn der Quotient aus diesen beiden Potenzen $5\frac{1}{16}$ gibt?

Aufl. Der größere Exponent ist 6 und der kleinere 2.

592. Die Summe zweier verschiedenen Potenzen von b ist m, und deren Differenz n. Wie heißen deren Exponenten?

Aufl. Der größere ist $\frac{\log \frac{1}{2}(m+n)}{\log b}$ und der kleinere $\frac{\log \frac{1}{2}(m-n)}{\log b}$.

593. Die Differenz zweier verschiedenen Potenzen von 8 beträgt 32704, und die Differenz deren Exponenten ist 3. Wie heißen letztere?

Aufl. Der größere 5 und der kleinere 2.

594. Eine Potenz von der Zahl 3 übertrifft eine andere Potenz derselben Zahl um 2160, und die Summe der Exponenten dieser Potenzen beträgt 10. Wie heißen diese Exponenten?

Aufl. Der eine ist 7 und der andere 3.

595. Wird eine Potenz von 18 durch eine um zwei Grad höhere Potenz von der Zahl 3 dividirt, so ist der Quotient genau eine gewisse Potenz von 12, und der Exponent der letzten Potenz verhält sich zu dem der ersten, wie 1 zu 2. Wie heißen die Exponenten dieser Potenzen?

Aufl. Der eine 4 und der andere 2.

596. Dividirt man eine Potenz von 12 durch eine andere Potenz von 6, so erhält man 2304 zum Quotienten. Wie heißen nun die Exponenten, wenn deren Produkt 24 beträgt?

Aufl. Die Zahl 12 ist mit 6 und die Zahl 6 mit 4 potenzirt.

§. 17.

Aufgaben über Progressionen.

A. Ueber arithmetische Progressionen.

597. Man suche aus 2 und — 5, als den ersten zwei Gliedern einer arithmetischen Reihe das 31ste Glied dieser Reihe.

Aufl. Da das erste Glied dieser Reihe 2 und das zweite — 5 ist, so heißt die Differenz je zweier Glieder oder das Gesetz der Reihe — 7; und man hat, wenn das 31ste Glied mit t_{31}, bezeichnet wird, folgende Gleichung:

31stes Glied = Werth desselben

$$t_{31} = 2 + (31 - 1) . -7 ^{*})$$

$$t_{31} = -208.$$

598. Wie groß ist die sechzigste ungerade Zahl in der natürlichen Zahlenreihe?

Aufl. Sie heißt 119.

599. Wie heißt in der Reihe der geraden Zahlen das 400ste Glied?

Aufl. Dieses heißt 800.

600. Man suche zu 24 und 33, als dem vierten und fünften Gliede einer arithmetischen Reihe, das hundertste Glied dieser Reihe.

Aufl. Dieses Glied heißt 888.

601. Jemand setzt auf eine bestimmte Nummer in die Lotterie zuerst 12 Kreuzer (Sgr.), dann 15, dann 18 Kreuzer (Sgr.) und so immer bei jedem folgenden Einsatze um drei Kreuzer (Sgr.) weiter. Erst beim 41sten Spiele kam seine Nummer heraus, und

---

*) Bezeichnet t_n das n^{te} Glied einer arithmetischen Progression, a das erste Glied, d die Differenz je zweier Glieder und n die Anzahl aller Glieder, so ist allgemein $t_n = a + (n - 1) . d$.

er bekam als Gewinn das Fünfzehnfache seines letzten Einsatzes. Wie viel hat er also gewonnen?

Aufl. Er hat 33 fl. (66 Thlr.) gewonnen.

602. Eine gewisse Anzahl Augen mit zwei Würfeln zu werfen, setzt Jemand zuerst 6, dann 12, dann 18 Kreuzer (Sgr.) und so bei jedem folgenden Wurfe nach diesem Gesetze fort. Wie viel wird er beim 24sten Wurfe zu setzen, und wie viel dann im Ganzen gesetzt haben, wenn er bis dahin bei keinem Wurfe gewonnen hat?

Aufl. Da hier je zwei auf einander folgende Einsätze immer um 6 Einheiten verschieden sind, so bilden sämmtliche Einsätze eine arithmetische Reihe, in welcher das erste Glied 6 und die Differenz 6 ist, mithin kann man das 24ste Glied dieser Reihe sowie die Summe (s) aller 24 Glieder durch folgende zwei Gleichungen bestimmen:

1) $t_{24} = 6 + 23 . 6 = 144$ Kreuzer (Sgr.) $= 2$ fl. 24 kr. (4 Thlr. 24 Sgr.).

2) $s = (6 + 144) . \frac{24^{*)}}{2} = 1800$ Kreuzer (Sgr.) $= 30$ fl. (60 Thlr.).

603. Wie oft wird eine Uhr, welche nur Stunden und keine Viertel schlägt, in 24 Stunden schlagen?

Aufl. Sie wird 156 Schläge machen.

604. Jemand hat eine gleiche Anzahl der ersten unmittelbar aufeinander folgenden sowohl geraden als ungeraden Zahlen von der natürlichen Zahlenreihe zusammen gezählt und 78 zur Summe erhalten. Wie viele gerade und ungerade Zahlen wurden nun addirt?

Aufl. Die ersten sechs geraden und die ersten sechs ungeraden Zahlen.

605. Ein Diener meldet seinem Herrn, daß heute acht Reitpferde zum Verkaufe angeboten worden seien. Das geringste der-

---

*) Bezeichnet s die Summe aller Glieder einer arithmetischen Reihe, ferner t das letzte und a das erste Glied, d die Differenz je zwei aufeinander folgenden Glieder und n die Anzahl aller Glieder, so ist allgemein

$s = (a + t) . \frac{n}{2}$ oder auch $s = (2a + (n - 1) . d) . \frac{n}{2}$.

selben wurde um 40 Karolin geboten, für das zweite wurden einige Karolin mehr, für das dritte um eben so viel mehr als für das zweite gefodert, und so stieg der Preis gleichförmig fort bis zum letzten und besten Pferde, welches gegen 82 Karolin abgegeben werde. Wenn nun der Herr sämmtliche Pferde um die genannten Preise kaufen wollte, welche Summe hätte er auszulegen?

Aufl. Alle kämen auf 488 Karolin.

606. Das Dach eines Thurmes besteht aus vier gleichen Seiten und soll mit Platten so bedeckt werden, daß jede Dachseite zu oberst 2 und zu unterst 20 Platten bekommen, und in jeder Reihe eine Platte weniger als in der andern sich befinden soll. Wie viele Dachplatten sind nun zur Bedeckung des ganzen Daches nöthig?

Aufl. Da die erste Reihe 2 Platten, die zweite um eine Platte mehr, also 3, und so die dritte 4 Platten haben soll u. s. f., so bilden die Platten dieser Reihen eine arithmetische Progression, deren erstes Glied 2, deren letztes Glied 20, und worin die Differenz 1 ist, mithin hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 20 = 2+(n-1).\,1 \\ 2)\ s\ = 4.\,(2+20).\,\frac{n}{2} \end{array}\right\}\ \text{woraus } s=836 \text{ Dachplatten.}$$

607. Ein Vater hinterläßt bei seinem Tode neun Kinder und ein Vermögen von 63000 fl., welches so unter sie vertheilt werden soll, daß das zweite Kind ein Zehntel, das dritte zwei Zehntel, das vierte drei Zehntel u. s. f. vom Antheile des ersten oder ältesten Kindes nebst dem, was dieses erhält, bekomme. Wie viel beträgt der Antheil des ältesten und des jüngsten Kindes?

Aufl. Wenn das erste Kind x fl. erhält, so bekommt das zweite $\left(x+\frac{1}{10}x\right)$ fl., das dritte $\left(x+\frac{2}{10}x\right)$ fl. u. s. w., also das neunte Kind $\left(x+\frac{8}{10}x\right)$ fl. Es bilden sonach die Antheile der Kinder eine arithmetische Reihe, und man hat folgende Gleichung:

$$63000 = \left(2 . x + 8 . \frac{x}{10}\right) . \frac{9}{2}.$$

$$x = 5000.$$

Das älteste Kind bekommt mithin 5000 fl. und das jüngste 9000 fl.

608. Jemand ließ einen Brunnen von 36 Fuß Tiefe nach folgendem Accorde graben: der erste Fuß in die Tiefe soll mit einem Kreuzer (Sgr.) und jeder folgende mit 10 Kreuzer (Sgr.) mehr als der zunächst vorhergehende bezahlt werden. Wie viel betrug die Auslage für das Graben des Brunnens, und wie viel traf hievon auf den letzten Fuß?

Aufl. Für den ganzen Brunnen 105 fl. 36 kr. (211 Thlr. 6 Sgr.), und für den letzten Fuß 5 fl. 51 kr. (11 Thlr. 21 Sgr.).

609. Ein Herr dingt einen Diener unter nachfolgendem Vertrage. Für das erste Jahr erhalte er nur 5 fl. als Lohn; dann aber für jedes folgende Jahr 10 fl. mehr als im zunächst vorangehenden. Als der Herr gestorben war, hatte der Diener für alle Dienstjahre zusammen 720 fl. erhalten. Wie viele Jahre diente er, und wie viele Gulden trafen auf das letzte Jahr?

Aufl. Er diente 12 Jahre und erhielt im letzten Jahre 115 fl.

610. Jemand pachtet ein Gut auf mehrere Jahre gegen einen Pachtschilling von 6720 fl., welche Summe er so abzutragen verspricht, daß er am Ende des ersten Jahres 120 fl., am Ende des zweiten 160 fl., am Ende des dritten Jahres 200 fl. und so nach diesem Gesetze fort bezahlen wolle. Auf wie viele Jahre war der Pachtvertrag abgeschlossen, und wie groß war die letzte Abtragssumme?

Aufl. Auf 16 Jahre; und im letzten Jahre mußten 720 fl. erlegt werden.

611. Das Aufbauen eines Thurmes kostete 60000 fl., indem für den ersten Fuß in die Höhe $1\frac{1}{2}$ fl. und für jeden folgenden 3 fl. mehr als für den zunächst vorhergehenden bezahlt worden sind. Wie hoch war der Thurm?

Aufl. 200 Fuß hoch.

612. Es setzt Jemand auf eine bestimmte Nummer 6 Kreuzer in die Lotterie mit dem Vorsatze, jedesmal, wenn er nicht gewinnen sollte, um 6 Kreuzer mehr als vorher zu setzen. Wie oft kann er nun setzen, damit er seine ganze Einlage auf einmal gewinne, wenn ihm der Einsatz 70fach zurückbezahlt wird?

Aufl. 139mal.

613. Bei einem Wettrennen erhielten fünf Concurrenten Preise. Es wurden nämlich 105 fl. so unter sie vertheilt, daß der Erste 33 Gulden und jeder folgende um gleich viel weniger bekam, als sein Vormann. Wie viele Gulden erhielt jeder?

Aufl. Der Erste erhielt 33 fl., der Zweite 27 fl., der Dritte 21 fl., der Vierte 15 fl. und der Fünfte 9 fl.

614 Ein Gläubiger hat sein Vermögen bei sieben Schuldnern gegen 5 Procent ausstehen und nimmt jährlich 525 fl. Zins ein. Der zweite Schuldner hat ein Achtel, der dritte zwei Achtel, der vierte drei Achtel u. s. w. weniger als der erste zu verzinsen. Wie groß sind nun die einzelnen Capitalien?

Aufl. 2400; 2100; 1800; 1500; 1200; 900 und 600 fl.

615. Wie viele Glieder kann man zwischen 10 und 100 einschalten, so daß alle zusammen eine arithmetische Reihe bilden und das letzte Glied um 3,6 kleiner als das vorletzte ist?

Aufl. Da das letzte Glied kleiner als das vorletzte sein soll, so ist die Differenz — 3,6; das erste Glied beträgt 100 und das letzte 10, mithin ist, wenn die Anzahl aller Glieder mit x bezeichnet wird,

$$10 = 100 + (x - 1) \times - 3{,}6$$
$$x = 26;$$

also können noch 24 Glieder eingeschaltet werden.

616. Eine arithmetische Reihe hat 30, oder allgemein ausgedrückt, n Glieder, und beginnt mit 58 — allgemein mit a. Wie groß muß die Differenz je zweier aufeinander folgenden Glieder sein, damit die Summe aller Glieder Null gibt?

Aufl. Bezeichnet man diese Differenz mit x, so hat man, da hier die Summe = 0, das erste Glied = 58 und die Anzahl der Glieder = 30 ist,

im speciellen Falle	im allgemeinen Falle
$0 = (116 + 29x) \times \frac{30}{2}$	$0 = (2 + (n-1)x) . \frac{n}{2}$
$x = -4.$	$x = \frac{2a}{1-n}.$

617. Wie viele Glieder kann man zwischen 100 und 10 einschalten, so daß dieselben mit den gegebenen zwei Zahlen eine arithmetische Reihe bilden, in welcher das zweite Glied nur um $\frac{1}{4}$ das erste übertreffen soll?

Aufl. Man kann 359 Glieder einschalten.

618. Eine arithmetische Reihe beginnt mit — 10 und endet mit 12, und es ist die Summe aller Glieder dem letzten Gliede gleich. Aus wie vielen Gliedern besteht diese Reihe?

Aufl. Aus 12 Gliedern.

619. Jemand will aus der Zahl 1817 mehrere Theile von solcher Beschaffenheit machen, daß sie eine arithmetische Reihe bilden, welche mit 156 anfängt und mit 2 aufhört. Wie viele Theile müssen es werden?

Aufl. Er muß 23 verschiedene Theile machen.

620. Das erste Glied einer arithmetischen Reihe hat zwar so viele Einheiten als das letzte, aber von entgegengesetzter Art, weßhalb die Summe aller Glieder Null gibt. Wie groß muß nun der Unterschied je zweier unmittelbar aufeinander folgenden Glieder sein, wenn die Reihe 21 Glieder hat?

Aufl. Die Differenz ist negativ und kommt dem zehnten Theile des ersten Gliedes gleich.

621. Nach einem Naturgesetze legt ein schwerer Körper im freien Falle durch die Luft — abgesehen von allen Hindernissen — in der ersten Zeitsekunde etwa 15 Pariser-Fuß und in jeder darauf folgenden Sekunde um 30 Fuß mehr als in der zunächst vorhergehenden zurück. Nun brauchte ein Stein, um von einer gewissen Höhe eines Thurmes bis zu dessen Fuße herabzufallen, 4 Sekunden Zeit. Wie viele Fuß betrug diese Höhe?

Aufl. Da die Fuße der Falltiefen in den einzelnen Zeitsekunden eine arithmetische Reihe bilden, deren erstes Glied 15 und deren Differenz 30 beträgt, und hier nach der Summe aller Glieder gefragt wird, so hat man, indem diese Reihe nur aus 4 Gliedern besteht, folgende Gleichung:

$$s = (30 + 3.30) . 2 = 240 \text{ Par. Fuß.}$$

622. Ein Reisender ließ einen Stein an einer senkrechten Felsenwand hinabfallen und beobachtete, daß dieser nach 6 Sekunden den Boden erreichte. Wie hoch war diese Wand?

Aufl. 540 Pariser-Fuß hoch.

623. Wie lange braucht ein Stein, um aus einem Luftballon, der 6000 Pariser-Fuß über der Oberfläche der Erde schwebt, auf diese herabzufallen, wenn man hier ganz das Gesetz vom freien Falle schwerer Körper anwendet?

Aufl. 20 Sekunden.

624. Aus einem Geschütze wurde senkrecht in die Höhe eine Kugel abgeschossen, welche nach einer Minute wieder an dem Boden auffiel. Wie hoch stieg sie, wenn sie zum Herabfallen eben so lange als zum Hinaufsteigen brauchte?

Aufl. Sie stieg 13500 Par.-Fuß in die Höhe.

625. Aus einem Luftballon ließ ein Aëronaut nach einander zwei Steine auf die Erde herabfallen, von welchen der zweite gerade noch einmal so lange als der erste brauchte. Wie hoch war in beiden Fällen der Ballon, wenn im ersten Falle der Stein in der letzten Sekunde 165 Par.-Fuß durchfiel, und hiebei bloß das Gesetz vom freien Falle berücksichtigt wird?

Aufl. Das erste Mal war der Ballon 540 und das zweite Mal 2160 Par.-Fuß über der Erdoberfläche.

626. Wenn der Montblanc 14415 Par.-Fuß hoch und in der Mitte von oben bis unten hohl wäre, und man oben einen Stein in die Oeffnung hineinfallen ließe; wie lange würde dieser Stein brauchen, bis er an der Basis ankäme?

Aufl. 31 Sekunden.

627. Jemand läßt einen Stein in einen tiefen Brunnen fallen und hört nach $6\frac{1}{2}$ Sekunden das Auf-

fallen des Steines. Wie tief ist der Brunnen, wenn der Schall in einer Sekunde 1080 Par.-Fuß weit sich verbreitet?

Aufl. Hat der Stein zum Hinabfallen x, und der Schall zum Heraufsteigen y Sekunden gebraucht, so gibt die Summe dieser Zeiten, verglichen mit der beobachteten ganzen Zeit, die erste Gleichung. Berechnet man den Weg, welchen der Stein zurücklegte und den welchen der Schall zurücklegen mußte, so ergibt sich aus diesen, da sie offenbar einander gleich sind, die zweite Gleichung. Es ist nämlich:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+y=6\frac{1}{2} \\ 2)\ (30+(x-1).30).\frac{x}{2}=1080y \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=-36\pm42 \\ y=\frac{85\mp84}{2}. \end{array}\right.$$

Die Tiefe des Brunnens beträgt sonach 540 Par.-Fuß.

628. Man ließ in einen tiefen Schacht einen Stein hinab fallen und vernahm nach c Sekunden Zeit das Auffallen desselben auf dem Boden. Wie tief wird nun der Schacht sein, wenn die Geschwindigkeit des Schalles in einer Sekunde zu p Par.-Fuß angenommen wird.

Aufl. Die Falltiefe beträgt $\frac{\left(-p\pm\sqrt{p^2+60\,cp}\right)^2}{60}$ Par.-Fuß.

629. In einer arithmetischen Progression betragen das dritte und zehnte Glied zusammen $1\frac{11}{16}$, das zweite und fünfzehnte zusammen aber $1\frac{15}{16}$. Wie viel beträgt nun die Summe der ersten 65 Glieder dieser Reihe?

Aufl. Bezeichnet man das erste Glied der Reihe durch x und die Differenz von je zwei unmittelbar auf einander folgenden Gliedern durch y, so heißt das dritte Glied dieser Reihe x + 2y, das zehnte x + 9y, das zweite x + y und das fünfzehnte x + 14y; man erhält also der Aufgabe zufolge folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+2y+x+9y=1\frac{11}{16} \\ 2)\ x+y+x+14y=1\frac{15}{16} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ y=\frac{1}{16}. \end{array}\right.$$

Hiernach findet man die Summe der verlangten 65 Glieder

$$s=(2x+64.y).\frac{65}{2}=162\frac{1}{2}.$$

630. Man zerlege jedes Glied der arithmetischen Reihe: 8; 15; 22; .... so in drei Theile, daß sämmtliche Theile unter sich eine neue arithmetische Reihe von dreimal so viel Gliedern bilden. Wie heißt nun diese Reihe?

Aufl. Das erste Glied dieser neuen Reihe heiße x und die neue Differenz y, so muß die Summe der ersten drei Glieder der neuen Reihe 8 und die Summe der nächsten drei Glieder 15 betragen. Bildet man diese Summen auf gleiche Weise wie in der vorigen Aufgabe, so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+x+y+x+2y=8 \\ 2)\ x+3y+x+4y+x+5y=15 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=1\frac{8}{9} \\ y=\frac{7}{9}. \end{array}\right.$$

Die neue Reihe heißt mithin:

$$\frac{17}{9};\ \frac{24}{9};\ \frac{31}{9};\ \frac{38}{9};\ \frac{45}{9};\ \frac{52}{9};\ \ldots$$

631 a). In einer arithmetischen Reihe beträgt die Summe aus dem ersten und fünfzigsten Gliede 349, und die von den ersten beiden Gliedern 13. Wie groß ist der Unterschied von je zwei unmittelbar auf einander folgenden Gliedern?

Aufl. Diese Differenz ist 7.

631 b). Das erste und dritte Glied einer arithmetischen Progression betragen zusammen 80, und das 24ste Glied der Progression übertrifft das erste um 460. Wie groß ist die Summe der ersten 24 Glieder?

Aufl. Diese Summe beträgt 6000.

632. Die ersten drei Glieder einer arithmetischen Reihe von 25 Gliedern geben 702 und die letzten drei (— 90) zur Summe. Wie groß ist das erste Glied und die Summe aller Glieder?

Aufl. Das erste Glied ist 246 und die Summe der Glieder 2550.

633. Zwei Schützen gingen zu einem Scheibenschießen, wo die ausgesetzten Preise eine arithmetische Reihe bildeten. Der Eine erhielt als dritten und achten Preis 70 fl., der Andere als ersten und fünften Preis 120 fl. Wie viel betrug jeder dieser Preise einzeln?

Aufl. Der erste bestand in 80 fl., der dritte in 60 fl., der fünfte in 40 und der achte in 10 fl.

634. Bei der Erstürmung einer Schanze zeichnete sich eine Abtheilung Soldaten so rühmlich aus, daß der General beschloß, von seinem eigenen Vermögen unter sie eine nicht unbedeutende Summe Geldes auszutheilen. Derjenige, welcher zuerst die Schanze erstiegen hatte, bekam 44 fl. und derjenige oder diejenigen, welche als die zweiten die Schanze erstiegen hatten, erhielten um Etwas weniger, und so erhielten die dritten um eben so viel weniger als die zweiten u. s. w. Bei der Vertheilung konnten aber zwei Soldaten wegen der erhaltenen Wunden nicht gegenwärtig sein; man gab deßhalb deren Antheile dem, welcher bei der Erstürmung als der zweite auf der Schanze war. Als dieser zu den Verwundeten kam, wußte er nicht mehr, wie viel jedem gebühre, weil er sowohl seinen erhaltenen Antheil als auch die Antheile der beiden Kranken zusammen in eine Tasche, im Betrage von 96 fl., gesteckt hatte; jedoch wußte er noch, daß der eine von diesen als der vierte und der andere als der sechste erklärt worden war. Wie viele Gulden trafen hievon auf ihn und auf jeden der Verwundeten?

Aufl. Der zweite bekam 40 fl., der vierte 32 und der sechste 24 fl.

635. In einer arithmetischen Reihe beträgt das Produkt vom ersten und vierten Gliede 40, und das vom ersten und achten Gliede 72. Wie groß sind die ersten beiden Glieder dieser Reihe?

Aufl. Das erste Glied ist 4 und das zweite 6.

636. Wie heißt das vierzigste Glied jener arithmetischen Reihe, in welcher das Produkt aus dem ersten und zehnten Gliede — 140, und die Summe vom fünften und sechsten Gliede 68 gibt?

Aufl. Das vierzigste Glied ist entweder 310 oder — 242.

637. Das Produkt vom ersten und fünften Gliede einer arithmetischen Progression heißt 32, und das aus dem dritten und sechsten Gliede 54. Wie heißen nun die ersten zwei Glieder der Progression, wenn diese nur positive rationale Glieder hat?

Aufl. Das erste Glied ist 4 und das zweite 5.

638. Wenn in einer arithmetischen Reihe das Produkt aus dem zweiten und siebenten Gliede 100, und das Produkt aus dem vierten und zehnten Gliede 319 beträgt, wie müssen dann die ersten drei Glieder der Reihe heißen, wenn diese nur positive rationale Glieder hat?

Aufl. Das erste Glied heißt 2, das zweite 5 und das dritte 8.

639. Dividirt man das 21ste Glied einer arithmetischen Reihe durch das fünfte, so erhält man zum Quotienten 33, und dividirt man das dreißigste Glied durch das siebente, so erhält man 10 zum Quotienten und 1 zum Reste. Wie heißt nun das erste und das 60ste Glied der Reihe?

Aufl. Das erste Glied heißt — 7 und das 60ste 111.

640. Wird bei einer arithmetischen Reihe die Summe der ersten drei Glieder durch das zwölfte Glied getheilt, so erhält man 5 zum Quotienten und 8 zum Reste; ferner ist das 16te Glied in der Summe der ersten vier Glieder $9\frac{2}{5}$mal enthalten. Wie heißen nun diese vier Glieder der Reihe?

Aufl. Das erste Glied ist 100, das zweite 96, das dritte 92 und das vierte 88.

641. In einer arithmethischen Reihe beträgt der Unterschied zwischen dem letzten und ersten Gliede $3\frac{1}{8}$ und zwischen dem fünften und ersten Gliede $\frac{1}{2}$. Wie viele Glieder hat diese Reihe?

Aufl. 26 Glieder.

642. Man zerlege jedes Glied der arithmetischen Reihe: 17; — 2; — 21; .... so in vier Theile, daß sämmtliche Theile eine arithmetische Reihe von viermal so viel Gliedern bilden. Wie heißen die ersten acht Glieder dieser neuen Reihe?

Aufl. $\frac{193}{32}$; $\frac{155}{32}$; $\frac{117}{32}$; $\frac{79}{32}$; $\frac{41}{32}$; $\frac{3}{32}$; $-\frac{35}{32}$; $-\frac{73}{32}$.

643. In einer arithmetischen Reihe beträgt die Summe von n Gliedern p und die Summe von (n—1) Gliedern q; wie heißen nun die ersten zwei Glieder dieser Reihe?

Aufl. Das erste Glied ist $\frac{(2-n)\,p}{n} + q$ und das zweite $\frac{(4-n)\,p}{n} + \frac{(n-3)\,q}{n-1}$.

644. Um wie viel Glieder müßte die folgende Reihe: a; a + d; a + 2 d; .... a + (n — 1) d verlängert werden, damit die Summe der neuen Reihe doppelt so groß als die gegebene sei?

Aufl. Um

$$\left(-\frac{2a+2nd-d}{2d} \pm \sqrt{\left(\frac{2a+2nd-d}{2d}\right)^2 + \frac{2an+n(n-1)d}{d}}\right)$$

Glieder.

B. Ueber geometrische Progressionen.

645. Wie groß ist das fünfzehnte Glied einer geometrischen Progression, deren erstes Glied 3 und deren Quotient 2 ist?

Aufl. Bezeichnet man das fünfzehnte Glied dieser Reihe durch t_{15}, so muß sein:

$$t_{15} = 3 . 2^{14} = 49152. \text{*)}$$

*) Wenn t_n das nte Glied einer geometrischen Progression, a das erste Glied, q den Quotienten je zweier Glieder (den Exponenten der Reihe) und n die Anzahl der Glieder bezeichnet, so ist allgemein:

1) $t_n = aq^{n-1}$; folglich auch 2) $a = \frac{t_n}{q^{n-1}}$, 3) $q = \sqrt[n-1]{\frac{t_n}{a}}$ und

4) $n = 1 + \frac{\log t_n - \log a}{\log q}$.

646. Wie heißt das erste Glied einer geometrischen Reihe, in welcher das zwölfte Glied 256 und der Quotient 2 heißt?

Aufl. Das erste Glied ist $\frac{1}{8}$.

647. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt $\frac{2}{3}$ und das eilfte 39366; wie groß ist der Quotient?

Aufl. Der Quotient ist 3.

648. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt $\frac{2}{5}$, das zweite 1 und das vorletzte $97\frac{21}{32}$. Aus wie vielen Gliedern besteht nun diese Reihe?

Aufl. Aus 8 Gliedern.

649. Das erste Glied einer geometrischen Reihe heißt 3, das vorletzte 12288 und das letzte —24576. Aus wie vielen Gliedern besteht die Reihe?

Aufl. Aus 14 Gliedern.

650. Die Seelenzahl eines Fürstenthumes stieg in sechs Jahren von 100000 auf 161051 Seelen. Nach welchem geometrischen Gesetze stieg jährlich die Bevölkerung dieses Ländchens?

Aufl. Man findet hier als Quotienten $\frac{11}{10}$; also stieg die Bevölkerung jährlich um den zehnten Theil der Bewohner.

651. Jemand theilt eine gerade Linie von der Länge eines bayerischen Fußes in zwei gleiche Theile, halbirt hierauf jeden halben Fuß, und auf gleiche Weise halbirt er dann auch jeden Viertelfuß u. s. f. In wie viele gleiche Theile würde der bayerische Fuß nach zwölfmaliger Halbirung der Art getheilt sein?

Aufl. In 4096 gleiche Theile..

652. In einer geometrischen Reihe, in welcher das erste Glied a und dem Quotienten gleich ist, heißt ein Glied p. Das wie vielte Glied wird dieses sein müssen?

Aufl. Das $\left(\frac{\log p}{\log a}\right)^{te}$ Glied.

653. Aus den Eiern, welche die Blattläuse im Herbste legen,

kommen im nächsten Frühjahre lauter befruchtete weibliche Blattläuse; diese bringen wieder nur weibliche als erste Brut, und diese ebenfalls nur weibliche als zweite Brut u. s. w. zur Welt. Wenn also eine Blattlaus (Oken's Allgem. Nat. Gesch. B. V. S. 1566) 90 Junge hervorbringt, so entstehen bei der zweiten Brut 8100, bei der dritten 729000 u. s. f. Blattläuse. Wie vielzifferig würde nun jene Zahl sein, welche die Menge der Blattläuse von der zwanzigsten Brut angibt, wenn jede vorhergehende Brut vollzählig wäre und bliebe?

Aufl. Diese Zahl wäre 40zifferig; sie betrüge nämlich über 1200 Sextillionen.

654. Ein Baum hat fünf Hauptäste, jeder Hauptast drei Nebenäste, jeder Nebenast drei Zweige und jedes Zweig drei Blüthenknospen. Wie viele Blüthen wird der ganze Baum bekommen, wenn jede Knospe drei Blüthen entfaltet?

Aufl. 405 Blüthen.

655. Das eilfte Glied einer geometrischen Reihe heißt 768 und ihr viertes Glied 6. Wie heißt nun die Summe der eilf Glieder dieser Reihe?

Aufl. Um die Summe angeben zu können, müssen zuvor das erste Glied und der Quotient bestimmt werden: heißt nun dieser q und jenes a, so hat man der Angabe zufolge:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ aq^{10} = 768 \\ 2)\ aq^{3} = 6 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} a = \frac{3}{4} \\ q = 2. \end{array}\right.$$

Hiernach läßt sich die Summe (s) der eilf Glieder dieser Reihe leicht angeben; es ist nämlich:

$$s = \frac{\frac{3}{4}.(2^{11}-1)}{2-1} = 1535\frac{1}{4}.^{*)}$$

*) Bezeichnet nämlich s die Summe, n die Anzahl der Glieder einer geometrischen Reihe, a das erste, t das letzte Glied und q den Quotienten oder Exponenten der Reihe, so findet man die Summe aller Glieder durch jede der folgenden zwei Formeln; 1) $s = \frac{tq-a}{q-1}$ und 2) $s = \frac{a.(q^n-1)}{q-1}$.

656. Eine Gesellschaft beschließt, so oft in die Lotterie zu setzen, bis sie gewinne, so zwar, daß sie immer den zunächst vorausgehenden Einsatz verdoppele. Der erste Einsatz betrug 6 Kreuzer (Sgr.), und bei der zehnten Ziehung gewann sie. Wie viel hat sie nun im Ganzen gesetzt?

Aufl. 102 Gulden 18 Kreuzer (204 Thlr. 18 Sgr.).

657. Im 17ten Jahrhunderte wurde ein Pferd, welches mit 32 Hufnägeln beschlagen war, so verkauft, daß der Käufer für den ersten Hufnagel einen Pfennig, für den zweiten zwei, für den dritten vier und so fort für jeden folgenden Nagel das Doppelte des zunächst vorausgehenden zu bezahlen verspricht. Wie viel hätte dieser nun bezahlen müssen, wenn der Kauf nicht für ungiltig erklärt worden wäre?

Aufl. 17 895 697 fl. 3 kr. 3 pf. (4 294 967 295 pf.).

658. Man erzählt, daß dem Erfinder des Schachspieles seine Bitte, ihm für das erste Feld des Brettes ein Weizenkörnchen, für das zweite 2, für das dritte 4 und so für jedes folgende Feld immer doppelt so viel als für das vorhergehende zu geben, als zu unbedeutend sehr ungnädig aufgenommen worden sei. Wie viele Schäffel würden alle für die 64 Felder verlangten Körner ausmachen, wenn man 7 Millionen Körner auf ein Schäffel rechnet?

Aufl. Es waren 18 446 744 073 709 551 615 Körner, also 2 635 249 153 387 Schäffel.

659. Wenn man bei einem Diamanten für den ersten Karat, den er wiegt, 25 fl., für den zweiten 100 fl., für den dritten 400 fl. und so für jeden folgenden Karat viermal so viel als für den vorhergehenden zu bezahlen verspricht. Wie hoch kommt hiernach ein Diamant, welcher 7 Karat wiegt?

Aufl. Auf 136525 Gulden.

660. Wie hoch kommt ein Diamant, welcher $6\frac{1}{2}$ Karat wiegt, wenn man für den ersten Karat, den der Diamant wiegt, 30 fl., für den zweiten 90 fl., für den dritten 270 fl. und so für jeden folgenden Karat dreimal so viel als für den vorhergehenden bezahlt?

Aufl. Auf 18924,975 Gulden.

661. In einer geometrischen Reihe betragen die ersten zwei Glieder zusammen 16, das achte und neunte Glied zusammen 34992. Wie heißen diese Glieder?

Aufl. Das erste Glied bezeichne man mit x und den Quotienten mit y, dann ist:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ x+xy=16 \\ 2)\ xy^7+xy^8=34992 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=4 \\ y=3. \end{array}\right.$$

Das erste Glied ist also 4, das zweite 12, das achte 8748 und das neunte 26244.

662. Eine geometrische Reihe beginnt mit 4 und schließt mit 26244, ferner beträgt die Summe aller Glieder 39364. Wie viele Glieder hat diese Reihe, und nach welchem Gesetze folgen sie auf einander?

Aufl. Bezeichnet man die Anzahl der Glieder mit x und den Quotienten mit y, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ 39364=\dfrac{26244y-4}{y-1} \\ 2)\ 4y^{x-1}=26244 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=9 \\ y=3. \end{array}\right.$$

Es war sonach jedes nachfolgende Glied das Dreifache des ihm vorausgehenden.

663. In einer geometrischen Reihe von acht Gliedern beträgt die Summe aller Vorderglieder $-53\frac{3}{4}$, und die Summe aller Hinterglieder $26\frac{7}{8}$. Wie heißen die ersten drei Glieder dieser Reihe?

Aufl. Bezeichnet man das erste Glied dieser Reihe mit x und den Quotienten mit y, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \dfrac{xy^8-x}{y-1}-xy^7=-53\dfrac{3}{4} \\ 2)\ \dfrac{xy^8-x}{y-1}-x=26\dfrac{7}{8} \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{645}{8.\left(\left(\dfrac{1\pm3}{4}\right)^7-1\right)} \\ y=\dfrac{1\pm3}{4} \end{array}\right.$$

Läßt man das untere Zeichen gelten, so wird $x=-80$ und $y=-\frac{1}{2}$; die ersten drei Glieder sind also: -80; 40; -20.

664. Die Differenz zwischen dem ersten und zweiten Gliede einer geometrischen Reihe beträgt 54, und die zwischen dem neunten und zehnten Gliede $\frac{2}{243}$. Wie heißen nun diese vier Glieder?

Aufl. Das erste ist 81, das zweite 27, das neunte $\frac{1}{81}$ und das zehnte $\frac{1}{243}$.

665. Wie viele Glieder kann man zwischen 31250 und — 10 einschalten, so daß diese mit den gegebenen zwei Zahlen eine geometrische Reihe bilden, deren Summe 26040 beträgt?

Aufl. Noch vier Glieder; nämlich: — 6250; 1250; — 250 und 50.

666. Man soll zwischen 1 (= a) und 100 (= t) noch 8 (= n) Glieder einschalten, welche mit den gegebenen beiden eine geometrische Progression geben. Wie heißt diese Reihe?

Aufl. Der specielle Fall gibt die Reihe: 1; 1,6681; $(1{,}6681)^2$; $(1{,}6681)^3$; ... 100, und der allgemeine gibt folgende Reihe: a; $a\sqrt[n+1]{\frac{t}{a}}$; $a\sqrt[n+1]{\left(\frac{t}{a}\right)^2}$; $a\sqrt[n+1]{\left(\frac{t}{a}\right)^3}$; ... t.

667. Gleich dicke und gleichmäßig gespannte Saiten geben nach Proportion ihrer Länge verschiedene Töne. Hat z. B. eine Saite eine Länge von 2 Fuß, so gibt eine Länge von einem Fuße die nächst höhere Octav von ihr. Wie lang müssen nun die Saiten sein, welche die zwischen zwei Octavtönen befindlichen eilf halben Töne geben, indem man gleiche Dicke und Spannung voraussetzt?

Aufl. Diese Saiten-Längen sind: $\sqrt[12]{2}$; $\sqrt[12]{2^2}$; $\sqrt[12]{2^3}$; $\sqrt[12]{2^4}$; ... $\sqrt[12]{2^{11}}$.

668. Wird in einer geometrischen Reihe von 7 rationalen Gliedern das erste Glied zum letzten addirt, so erhält man 4097, und wird jenes zum mittlern Gliede der Reihe addirt, so erhält man 65. Wie heißen diese Glieder?

Aufl. Diese 7 Glieder sind: 1; 4; 16; 64; 256; 1024; 4096.

669. In einer geometrischen Reihe von acht Gliedern betragen die Glieder auf den geraden Stellen 4920 und die auf den ungeraden Stellen 1640. Wie heißen die Glieder dieser Reihe?

Aufl. Diese Glieder sind: 2; 6; 18; 54; 162; 486; 1458; 4374.

670. In einer geometrischen Reihe von sechs Gliedern beträgt das Produkt der beiden äußern Glieder $\frac{3}{16}$ und die Summe der beiden mittlern 1. Wie heißen die Glieder dieser Reihe?

Aufl. Diese Glieder sind: $\frac{1}{36}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{9}{4}$; $\frac{27}{4}$.

671. Von einer geometrischen Reihe mit fünf Gliedern beträgt die Summe der äußern zwei Glieder 1799 und das Quadrat des mittlern 12544. Wie heißen nun diese fünf Glieder?

Aufl. Diese Glieder sind 7; 28; 112; 448; 1792.

672. In einer geometrischen Reihe ist das letzte Glied $\frac{1}{49152}$, das Produkt aus den ersten zwei Gliedern $\frac{1}{36}$ und die Summe eben dieser zwei Glieder $\frac{5}{12}$. Wie viele Glieder hat diese Reihe?

Aufl. 8 Glieder.

673. In einer geometrischen Reihe beträgt die Summe aus dem ersten und letzten Gliede 12294, die Differenz eben dieser Glieder 12282 und das achte Glied 96. Wie viele Glieder hat diese Reihe?

Aufl. 12 Glieder.

674. In einer geometrischen Reihe beträgt das Produkt aus dem ersten und zweiten Gliede 6912 und das aus dem ersten und sechsten Gliede 2187. Wie groß ist die Summe dieser 6 Glieder?

Aufl. Diese Summe ist $315\frac{21}{32}$.

675. Das siebente und achte Glied einer geometrischen Progression geben 12 und das dritte und vierte Glied $\frac{4}{729}$ zum Produkte. Wie heißt nun das sechzehnte Glied dieser Reihe?

Aufl. Das 16te Glied heißt $13122 \sqrt[16]{\frac{1}{3}}$.

676. Man theile die Zahl 11310,5 so in fünf Theile, daß jeder folgende Theil das Zwölffache des vorhergehenden werde. Wie heißen diese 5 Theile?

Aufl. Da jeder nachfolgende Theil das Zwölffache des vorhergehenden sein soll, so bilden alle Theile unter sich eine geometrische Reihe. Bezeichnet man nun den ersten Theil der Reihe mit x und den letzten mit y, so hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} 1)\ \frac{12y-x}{11} = 11310{,}5 \\ 2)\ y = x.\,12^4 \end{array}\right\} \text{woraus} \left\{\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = 10368. \end{array}\right.$$

Diese fünf Theile sind also: $\frac{1}{2}$; 6; 72; 864; 10368.

677. Jemand miethet das erste Stockwerk eines Hauses nach folgendem Accorde: für die erste Stufe der Treppe wolle er einen Pfennig ($\frac{1}{8}$ Sgr.) und für jede folgende das Doppelte von der vorausgehenden bezahlen. Auf diese Weise betrug der ganze Miethzins 273 fl. 3 kr. 3 pf. (273 Thlr. $1\frac{7}{8}$ Sgr.). Wie viele Stufen hatte nun die Treppe?

Aufl. 16 Stufen.

678 a). Man theile die Zahl 46655 so in sechs Theile, daß jeder nachfolgende Theil das Sechsfache vom vorhergehenden sei. Wie heißen nun diese 6 Theile?

Aufl. Diese sechs Theile sind: 5; 30; 180; 1080, 6480; 38880.

678 b). Man zerlege jedes Glied der geometrischen Reihe: 13; 351; 9477;.... so in drei Theile, daß sämmtliche Theile eine neue geometrische Reihe bilden, welche dreimal so viele Glieder als die gegebene habe. Wie heißen nun die ersten 9 Glieder dieser Reihe?

Aufl. Das erste Glied der neuen Reihe heiße x und der Quotient y, dann hat man folgende zwei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} 1)\ & x+xy+xy^2 = 13 \\ 2)\ & xy^3+xy^4+xy^5 = 351 \end{aligned}\right\} \text{woraus} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3. \end{cases}$$

Mithin heißen die ersten 9 Glieder: 1; 3; 9; 27; 81; 243; 729; 2187; 6561.

679. Jedes Glied der geometrischen Reihe: 512; 262144; 134217728;.... ist in drei Theile so zu zerlegen, daß die Theile unter sich eine neue geometrische Reihe bilden, welche dreimal so viele Glieder als die gegebene Reihe habe, und zwar mit der Bemerkung, daß a) 512 das Produkt aus den ersten drei, 262144 das Produkt aus den nächsten drei Gliedern der neuen Reihe u. s. w. sei; ferner so, daß b) 512 die Summe aus den ersten drei und 262144 die Summe aus den nächsten drei Gliedern der neuen Reihe u. s. f. sei. Wie heißen in beiden Fällen die ersten vier Glieder der neuen Reihen?

Aufl. Diese vier Glieder heißen:

bei a) 4; 8; 16; 32, und bei b) $\frac{512}{73}$; $\frac{4096}{73}$; $\frac{32768}{73}$; $\frac{262144}{73}$.

680. Man zerlege jedes Glied der geometrischen Reihe: $1\frac{7}{8}$; 30; 480;... so in vier Theile, daß sämmtliche Theile eine neue geometrische Reihe von viermal so viel Gliedern bilden. Wie heißen die ersten acht Glieder dieser neuen Reihe?

Aufl. Diese acht Glieder sind: $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1; 2; 4; 8; 16.

---

681. Es legt Jemand a Gulden zu p Procent jährlichen Interessen an und schlägt mit Ende jeden Jahres die Interessen zum Capital, oder, was dasselbe ist, er erhebt sie, legt sie aber sogleich wieder als Capital an. Wie groß wird nun dieses nach n Jahren sammt Zinseszinsen sein?

Aufl. Am Ende des ersten Jahres steigt sein Capital um die einjährigen Zinsen, so daß er dann $\left(a + \frac{ap}{100}\right)$ oder

$a.\left(\frac{100+p}{100}\right)$ fl. besitzt. Am Ende des zweiten Jahres erhöht sich letzteres Capital ebenfalls um die einjährigen Zinsen, so daß er nun $\left(a.\left(\frac{100+p}{100}\right)+\frac{ap}{100}\left(\frac{100+p}{100}\right)\right)$ fl. oder $a.\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$ fl. besitzt. Auf gleiche Weise ergibt sich, daß er am Ende des dritten Jahres $a.\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$, am Ende des vierten Jahres $a.\left(\frac{100+p}{100}\right)^4$, also am Ende des n^{ten} Jahres $a\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ fl. besitzt. Bezeichnet man dieses Endcapital mit s und den constanten Bruch $\frac{100+p}{100}$ durch q, so ist allgemein:

$$s = aq^n.$$

Auch ist nach dieser Formel, wenn man logarithmirt:

I. $\log s = \log a + n \log q.$

II. $\log a = \log s - n \log q.$

III. $\log q = \frac{\log s - \log a}{n}.$

IV. $n = \frac{\log s - \log a}{\log q}.$

682. Es werden a fl. Capital gegen p fl. Procent angelegt; die Zinsen, welche alle zwei Jahre fällig sind, werden sogleich wieder als Capital angelegt. Welche Summe wirft nun das Capital a sammt den Zinseszinsen nach n Jahren ab?

Aufl. In zwei Jahren wächst dieses Capital um die zweijährigen Zinsen, so daß Capital und Zinsen zusammen $\left(a+\frac{2ap}{100}\right)$ oder $a\left(1+\frac{2p}{100}\right)$ fl. betragen. Nach vier Jahren wächst letztere Summe abermals um die zweijährigen Zinsen derselben, so daß Capital und Zinsen zusammen $\left(a.\left(1+\frac{2p}{100}\right)+\frac{2ap}{100}\left(1+\frac{2p}{100}\right)\right)$ fl. oder $a\left(1+\frac{2p}{100}\right)^2$ fl. betragen. Auf gleiche Weise findet man nach

6 Jahren ein Vermögen von $a\left(1+\frac{2p}{100}\right)^3$ fl.; folglich ist nach n Jahren das Endcapital, welches wir mit s bezeichnen wollen:

$$s = a\left(1+\frac{2p}{100}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

683. Ein Capital a vermehrt sich alle Jahre um seinen m^{ten} Theil, und man schlägt diese Vermehrung stets wieder zum Capital. Zu welcher Summe Geldes wird das anfängliche Capital nach n Jahren angewachsen sein?

Aufl. Offenbar am Ende des ersten Jahres auf $a+\frac{1}{m}a = a.\left(\frac{m+1}{m}\right)$; letzteres steigt im zweiten Jahre auf $a\left(\frac{m+1}{m}\right) + \frac{1}{m}a\frac{(m+1)}{m} = a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2$. Auf ähnliche Weise ergibt sich am Ende des dritten Jahres $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^3$, mithin am Ende des n^{ten} Jahres, wenn diese Endsumme mit s bezeichnet wird:

$$s = a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n.$$

684 a). In einer Stadt stieg innerhalb kurzer Zeit die Bevölkerung von 8000 auf 9751 Seelen, indem jährlich auf 25 Seelen eine Geburt und auf 50 Seelen nur ein Todesfall traf. In wie vielen Jahren geschah diese Vermehrung?

Aufl. Da jährlich auf 25 Seelen eine Geburt und auf 50 Seelen ein Sterbefall trifft, so treffen auf 100 Seelen jährlich 4 Geburten und 2 Sterbefälle, mithin vermehrt sich die Bevölkerung jährlich um 2 Procent, welche ebenso zur Seelenzahl wie die Interessen zum Capitalsstock geschlagen werden, folglich hat man Aufgabe 681. Nr. IV.

$$n = \frac{\log 9751 - \log 8000}{\log 1{,}02} = 10.$$

Diese Vermehrung geschah also in 10 Jahren.

684 b). Wie hoch beläuft sich das Capital a in $\left(n+\frac{c}{d}\right)$ Jahren, wenn es jährlich p fl. von 100 fl. als Interessen abwirft, und diese jedesmal gegen gleichmäßige Verzinsung sogleich zum Capital geschlagen werden?

Aufl. Auf $aq^n\left(1+\frac{cp}{100d}\right)$ fl., wobei $q=1+\frac{p}{100}$ gesetzt ist.

685. Wie hoch steigt ein Capital von 10000 fl., welches zu 5 Procent auf Zinseszinsen anliegt, in 20 Jahren?

Aufl. Auf 26532,98 fl.

686. Ein Vormünder legte für seinen Mündel mit dem Anfange des Jahres 1824 ein Capital von 800 fl. in eine Bank zu $4\frac{1}{2}$ Procent, wo auch zugleich die Interessen von den Interessen verrechnet werden. Wie viel bekam der Mündel, als dieser sich am Anfange des Jahres 1840 verheirathete?

Aufl. Er erhielt 1617,896 fl.

687. Wie hoch steigt in 12 oder n Jahren ein Capital von 15000 oder a fl., welches zu $3\frac{1}{2}$ oder p fl. Procent jährlichen Interessen angelegt ist, wenn die Zinsen halbjährig bezahlt und jedesmal sogleich zum Capital geschlagen werden?

Aufl. Auf 22746,62 fl., oder allgemein auf $a\left(1+\frac{\frac{1}{2}p}{100}\right)^{2n}$ fl.

688. Jemand kann in einer Handlung 12000 fl. gegen 5 Procent jährlichen Interessen mit der Bemerkung unterbringen, daß zwar Zinseszinsen verrechnet werden, aber die Zinsen nur alle zwei Jahre fällig seien. Wie viel wird ihm die Handlung nach 10 Jahren zurückerstatten müssen?

Aufl. 19326,12 fl.

689. A legt 8000 fl. bei $4\frac{1}{2}$ fl. Procent jährlichen Interessen auf 24 Jahre zu Zinseszinsen an. B legt eben so viel und auf eben so lange an, aber zu 5 Procent als jährliche Interessen, welche übrigens nur alle 3 Jahre fällig sein sollen und alsdann jedesmal

zum Capital geschlagen werden. Wie groß wird am Ende der Unterschied zwischen beiden Capitalien sein?

Aufl. A bekommt 23008,12 fl. und B 24472,16 fl.; also ist der Unterschied 1464,04 fl.

690. Wie hoch steigen 6000 fl. in $15\frac{1}{4}$ Jahren, wenn man Zinseszinsen jährlich zu 5 Procent rechnet?

Aufl. Auf 12629,48 fl.

691. Es sind 100 fl., zu 6 Procent jährlich, auf 30 Jahre angelegt. Andere 100 fl., zu 6 Procent jährlich, sind ebenfalls auf 30 Jahre angelegt, aber die Zinsen sind hier nur alle 4 Jahre fällig, mit Ausnahme der letzten zwei Jahre, indem sie hier schon nach zwei Jahren fällig sind. Wie groß wird der Unterschied beider Capitalien am Ende des dreißigsten Jahres sein?

Aufl. Das erste Hundert steigt auf 574,3505 fl. und das zweite auf 504,8587 fl.; also beträgt der Unterschied 69,4918 fl.

692. Eine Waldung, deren Bestand gegenwärtig auf 1800 Klafter geschätzt ist, wird in eilf Jahren schlagbar. Wie viele Klafter werden in dieser Zeit noch hinzuwachsen, wenn man den jährlichen Zuwachs bei 50 Klaftern auf eine Klafter anschlagen kann?

Aufl. Es wachsen noch 438,07 Klafter hinzu.

693. Der gegenwärtige Bestand eines Hochwaldes ist auf 100000 Klafter und der jährliche Zuwachs an einer Klafter auf den achtzigsten Theil derselben tarirt. Wie groß wird der Bestand nach 30 Jahren sein, wenn bis dahin kein Baum gefällt wird?

Aufl. Der Hochwald besteht dann aus 145161 Klaftern.

694. In einer Stadt befinden sich gegenwärtig 15000 Seelen; jährlich treffen auf 100 Seelen drei Geburten und zwei Sterbefälle. Wie groß wird die Bevölkerung der Stadt nach 40 Jahren sein?

Aufl. Die Stadt wird dann 22333 Seelen zählen.

695. Wie groß wird die Einwohnerzahl einer Stadt, welche jetzt 20000 Einwohner zählt, nach 25 Jahren sein, wenn jährlich auf 180 Menschen 7 Geburten und 9 Sterbefälle treffen?

Aufl. Nur mehr 15125 Seelen.

696. In einem Lande, welches gegenwärtig eine Million Einwohner zählt, steigt die Bevölkerung jährlich um deren dreißigsten Theil. Wie stark war deren Seelenzahl vor 100 Jahren, und wie stark wird sie nach 100 Jahren sein?

Aufl. Vor 100 Jahren zählte das Land 37666,9 Seelen, und nach 100 Jahren wird es 26548500 Seelen zählen.

697. Jemand brachte auf eine Insel 8 Paar Kaninchen, welche sich innerhalb vier Jahren bis auf 3748096 vermehrten. Nach welchem Gesetze geschah der jährliche Zuwachs, wenn immer alle Kaninchen am Leben blieben?

Aufl. Alle Jahre vermehrte sich die Anzahl der Kaninchen um ihr Einundzwanzigfaches oder um 2100 Procent.

698. Eine Magd hat vor zehn Jahren ihr Erbgut in eine Sparkasse gelegt, wo $3\frac{1}{2}$ Procent gegeben und Zinseszinsen verrechnet werden, und gegenwärtig 394 fl. 58 kr. (394 Thlr. 29 Sgr.) herausbezahlt bekommen. Wie groß war ihr Erbgut?

Aufl. 280 fl. (Thlr.).

699. Es hat Jemand 800 fl. nach 6 Jahren einzunehmen. Wie viel sind diese jetzt werth, wenn man Zinseszinsen zu 4 Procent rechnet?

Aufl. Jetzt 632,252 fl. werth.

700. Seit 30 Jahren treffen in einem Städtchen auf 300 Seelen 13 Geburten und $10\frac{1}{2}$ Sterbefälle. Wie groß war vor 20 Jahren die Bevölkerung, wenn jetzt das Städtchen 4200 Einwohner zählt?

Aufl. Es zählte 3557 Seelen.

701. Jemand gibt bei seiner Abreise die Hälfte seines Vermögens in eine Bank, wo es ihm zu $3\frac{3}{4}$ Procent mit Zinseszinsen verrechnet und zu jeder Stunde — jedoch mit Abzug der Zinsen vom letzten Vierteljahre — zurückbezahlt werden wird. Er war nun 9 Jahre auf Reisen und erhielt bei seiner Rückkehr von der Bank 55209 fl. 6 kr. (55209 Thlr. 3 Sgr.). Wie viel hatte er bei der Bank angelegt?

Aufl. 40000 fl. (Thlr.).

702. Ein Sohn verliert während seiner Minderjährigkeit beide Eltern zugleich. Sein Vormünder weiß das hinterlassene Vermögen von 10500 fl. (Thlr.) auf Zinseszinsen zu 4 Procent sicher unterzubringen, so daß der Sohn am Ende seines 21ften Jahres 13817 fl. 16 kr. (13817 Thlr. 8 Sgr.) Vermögen besaß. Wie alt war er bei dem Tode seiner Eltern?

Aufl. Er war damals 14 Jahre alt.

703. Wie lange muß ein Capital sammt den Zinseszinsen bei 5 Procent liegen bleiben, damit es sich verdreifache?

Aufl. 22,517 — d. i. etwas mehr als $22\frac{1}{2}$ Jahr.

704. In wie viel Jahren verdoppelt sich, bei $4\frac{1}{2}$ Procent ein Gulden, wenn er auf Zinseszinsen angelegt ist?

Aufl. In 15,747 — d. i. beinahe in $15\frac{3}{4}$ Jahren.

705. Ein vor 30 Jahren auf 1550 Klafter taxirter Waldbestand liefert gegenwärtig 2423 Klafter Holz. Wie stark war der jährliche Zuwachs?

Aufl. Der Zuwachs betrug $1\frac{1}{2}$ Procent.

706. Jemand leiht 300 fl. auf zwei Jahre her, zieht aber davon sogleich 40 fl. für den treffenden Zins ab. Wie viel Procent nahm er, indem er Zinseszinsen rechnete?

Aufl. 7,417 — d. i. etwas mehr als 7 Procent.

707. Ein Capital a wird zu p Procent angelegt, und nebst den Zinseszinsen wird das Capital am Ende eines jeden Jahres noch um b fl. vermehrt. Wie groß wird die ganze Summe nach n Jahren sein?

Aufl. Nach Aufgabe Nro. 681 steigt das Capital a in diesen n Jahren auf aq^n; die erste Zulage b, welche ein Jahr später angelegt wird, steigt in diesen $(n-1)$ Jahren auf bq^{n-1}, die zweite Zulage b, welche zwei Jahre später angelegt wird, steigt in diesen $(n-2)$ Jahren auf bq^{n-2} u. s. f., so daß die letzte Zulage b, welche mit dem Anfange des n^{ten} Jahres angelegt wird,

mithin nur einjährige Zinsen trägt, auf bq ansteigt. Die ganze Summe s muß demnach am Ende des n^{ten} Jahres

$$s = aq^n + bq^{n-1} + bq^{n-2} + \dots + bq$$

$$\text{oder } s = aq^n + (bq + bq^2 + bq^3 + \dots + bq^{n-1})$$

betragen, und sich, wenn man die eingeschlossenen Glieder einer geometrischen Reihe, deren erstes Glied bq, deren Quotient q und deren letztes Glied bq^{n-1} ist, summirt, auf folgende einfachere Formel zurückführen:

$$\text{I. } s = aq^n + \frac{bq.(q^{n-1} - 1)}{q - 1}.$$

Hieraus ergibt sich auch unmittelbar:

$$\text{II. } a = \left(s - \frac{bq(q^{n-1} - 1)}{q - 1}\right) : q^n.$$

$$\text{III. } b = \frac{(s - aq^n).(q - 1)}{q(q^{n-1} - 1)}.$$

$$\text{IV. } n = \frac{\log(bq + s(q - 1)) - \log(aq + b - a)}{\log q}.$$

Wenn die Zulagen stets dem anfänglich angelegten Capitale gleich sind, also hier b = a ist, so erhält man:

$$\text{V. } \log s = \log a + \log q + \log(q^n - 1) - \log(q - 1)$$

$$\text{VI. } \log a = \log s + \log(q - 1) - \log q - \log(q^n - 1)$$

$$\text{VII. } n = \frac{\log(aq + s.(q - 1)) - \log a}{\log q} - 1.$$

708. Jemand hat 4000 fl. als ein Capital, welches ihm zu 5 Procent jährlich verzinset wird. Am Ende eines jeden Jahres legt er außer den Zinsen auch noch 500 fl. weiter als Capital nach gleichem Zinsfuße an. Was für ein Capital wird er nun am Ende des zehnten Jahres besitzen?

Aufl. Ein Capital von 12304,54 fl.

709. Eine Waise tritt bei einem Negotianten in Dienst, kann zugleich bei ihm ihr Vermögen von 300 fl. (Thlr.) zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf Zinseszinsen sicher unterbringen, und läßt überdieß ihren Jahreslohn zu 20 fl. (Thlr.) ebenfalls zu $4\frac{1}{2}$ Procent auf Zinses-

zinsen daselbst. Nach zwölf Jahren verheirathet sie sich. Was hat ihr der Negotiant zu bezahlen?

Aufl. 798 fl. $2\frac{1}{2}$ kr. (798 Thlr. $1\frac{1}{4}$ Sgr.).

710. Jemand kauft ein Haus und verspricht, das Geld in acht Fristen, nämlich am Ende eines jeden Jahres 3000 fl., zu erlegen. Er bezahlt nun die ersten vier Jahre gar nichts; wie viel ist er am Ende des fünften Jahres zu zahlen verbunden, wenn man 4 Procent und Zinseszinsen rechnet?

Aufl. Am Ende des fünften Jahres 16248,83 fl.

711. Jemand verkauft ein Haus um 10000 fl., so daß die eine Hälfte sogleich, die andere aber erst nach 5 Jahren zahlbar sein soll. Der Verkäufer wünscht jedoch, daß von der andern Hälfte seinem Sohne zu seinen 5 Studienjahren jährlich dieselbe bestimmte Summe ausgeworfen werde, so daß nach diesen 5 Jahren auch die andere Hälfte bezahlt sei. Wie viel kann der Sohn a) am Anfange, b) am Ende eines jeden Jahres beziehen, wenn man die Interessen zu 5 Procent nebst Zinseszinsen rechnet?

Aufl. Am Anfange jeden Jahres 861,79 fl., am Ende jeden Jahres 904,875 fl.

712. Jemand hat vor 10 Jahren ein Capital zu 4 Procent ausgeliehen und dasselbe jährlich nebst den jedesmaligen Zinsen noch um 1000 fl. (Thlr.) vermehrt, so daß er jetzt ein Vermögen von 25808 fl. 29 kr. und 3 Hellern (25808 Thlr. $14\frac{11}{16}$ Sgr.) besitzt. Wie groß war vor 10 Jahren dieses sein Vermögen?

Aufl. Es betrug 10000 fl. (Thlr.).

713. Ein Vater gibt bei der Geburt seiner Tochter ein kleines Capital für dieselbe in eine Handlung und läßt es nebst den Zinseszinsen bei $3\frac{1}{2}$ Procent daselbst liegen; ja er vermehrt dasselbe noch jährlich an dem Geburtstage der Tochter um 400 fl. bei gleicher Verzinsung. Auf diese Weise besaß die Tochter am Ende ihres 21sten Lebensjahres $12531\frac{1}{2}$ fl. Wie groß war das erste Geschenk des Vaters?

Aufl. Auch 400 fl.

714. Jemand legt 20000 fl. (Thlr.) zu 4 Procent als Capital an, schlägt alle Jahre die Interessen zum Capital und vermehrt dasselbe noch überdieß jährlich um eine gleiche Summe Geldes. Auf diese Weise bezieht er am Ende des sechszehnten Jahres 47871 fl. 47 kr. und 3 Heller (47871 Thlr. $23\frac{11}{16}$ Sgr.). Wie groß war außer den Zinsen die jährliche Capitalszulage?

Aufl. Sie betrug 500 fl. (Thlr.).

715. Jemand legt von seinem jährlichen Einkommen, welches in 1000 fl. (Thlr.) besteht, den zehnten Theil in eine Sparkasse und läßt diese Einlagen bei $3\frac{1}{2}$ Procent nebst den Zinseszinsen darin bis auf 1829 fl. $33\frac{3}{8}$ kr. (1829 Thlr. $16\frac{11}{16}$ Sgr.) anwachsen. In wie vielen Jahren geschah dieses?

Aufl. In 14 Jahren.

716. Ein reicher Herr gibt seinem Pathen am Tage der Geburt 300 Dukaten à 5 fl. 30 kr. (1650 Thlr.) als Taufgeschenk. Als der kleine Pathe 6 Jahre alt war, läßt jener ihm 100 Dukaten (550 Thlr.) weiter anweisen und wiederholt jährlich diese Anweisung bis an seinen Tod. Der Vater des Kindes legte all dieses Geld sogleich bei dem jedesmaligen Empfange bei einer Bank gegen 4 Procent nebst Zinseszinsen an, so daß die ganze Summe auf 5638 fl. 12 kr. (5638 Thlr. 6 Sgr.) stieg. Wie alt war nun der Sohn bei dem Tode seines Taufpathen, wenn dieser noch am Vorabende jenes Geburtstages starb?

Aufl. Der Sohn war 11 Jahre alt.

717. Ein Capital a wird zu p Procent auf Zinseszinsen angelegt; am Ende eines jeden Jahres aber werden b fl. davon hinweggenommen. Wie groß wird nun der Rest nach n Jahren sein?

Aufl. Das Capital a würde für sich ohne Schmälerung in diesen n Jahren auf aq^n anwachsen (vergl. Aufg. Nro. 681.). Der erste Abzug am Ende des ersten Jahres würde in $(n-1)$ Jahren auf bq^{n-1} anwachsen, so würde der zweite Abzug in den $(n-2)$ Jahren auf bq^{n-2} anwachsen u. s. f.; die am Anfange des

letzten Jahres hinweggenommenen b fl. würden in diesem Jahre noch bq fl. gleichkommen. Diese einzelnen Summen müssen nun nebst den am Ende des n^{ten} Jahres noch hinwegzunehmenden b fl. von aq^n abgezogen werden, um den verlangten Rest zu bekommen; mithin ist:

$$r = aq^n - (b + bq + bq^2 + \ldots + bq^{n-1})$$

oder I. $r = aq^n - \frac{b(q^n - 1)}{q-1}$.

Hieraus ergibt sich auch:

II. $a = \left(r + \frac{b(q^n - 1)}{q-1}\right) : q^n$

III. $b = \frac{(aq^n - r) \cdot (q-1)}{q^n - 1}$

IV. $n = \frac{\log(r(q-1) - b) - \log(a(q-1) - b)}{\log q}$.

718. Ein Kaufmann beginnt sein Geschäft mit 40000 fl. (Thlr.) und gewinnt jährlich 10 Procent. Am Ende des ersten, sowie jeden folgenden Jahres, nimmt er zum Unterhalte seines Hauses 2800 fl. (2800 Thlr.) hinweg. Wie viel beträgt sein Vermögen, wenn 20 Jahre hindurch sein Geschäft immer gleich gut von Statten geht, und kein Geld unbenützt liegen bleibt, so daß er stets Zinseszinsen rechnen darf?

Aufl. Er besitzt nach 20 Jahren 108730 fl. $4\frac{1}{5}$ kr. (108730 Thlr. $2\frac{1}{10}$ Sgr.).

719. Ein Vater hinterläßt seinen sechs Kindern ein Vermögen von 18000 fl., welches auf Zinseszinsen zu 5 Procent anliegt. Wenn nun die Kinder am Ende eines jeden Jahres 1200 fl. davon beziehen, wie viel trifft dann ein Kind nach 8 Jahren, wenn gleiche Theile gemacht werden?

Aufl. Jedes Kind bekommt dann 2522,545 fl.

720. Jemand will 20 Jahre hindurch eine jährliche Rente von 1200 fl. (Thlr.) beziehen; welches Capital hat er anzulegen, wenn 4 Procent nebst Zinseszinsen gegeben werden?

Aufl. Er muß 16308 fl. 22 kr. (16308 Thlr. 11 Sgr.) anlegen.

721. Jemand will 15 Jahre hindurch eine Rente beziehen, und zwar am Ende eines jeden der ersten 8 Jahre 500 fl., und am Ende der folgenden Jahre jedesmal 700 fl.; welches Capital hat er anzulegen, wenn 4 Procent nebst Zinseszinsen zu erhalten sind?

Aufl. Er hat 6436,31 fl. anzulegen.

722. Ein Baron erlaubt seinem Verwalter, eines seiner Güter für 35000 fl., welche beim Verkaufe sogleich zu erlegen sind, zu erlassen. Nun bietet Jemand 40000 fl., wovon er 4000 fl. sogleich und sechs Jahre hintereinander mit Ende jeden Jahres 6000 fl. bezahlen wolle. Wie viel ist dieses Angebot jetzt werth, wenn man nach 5 Procent und Zinseszinsen rechnet?

Aufl. Es ist jetzt 34453,96 fl. werth.

723. Welche Rente jährlich kann man von 20000 fl., welches Capital zu vier Procent nebst Zinseszinsen angelegt ist, 20 Jahre hindurch a) mit Anfange, b) mit Ende jeden Jahres beziehen, wenn nach dieser Zeit das ganze Capital sammt Zinsen verzehrt sein soll?

Aufl. a) Mit Anfange jeden Jahres 1415,035 fl., b) mit Ende jeden Jahres 1471,637 fl.

724. Ein Franzose vermacht in seinem Testamente einem Deutschen 30000 fl. mit der Bedingung, daß er die Hälfte davon, und zwar innerhalb der kommenden sechs Jahre, in Frankreich verzehre. Wie viel darf dieser nun während dieser 6 Jahre verbrauchen, wenn das ganze Capital zu $3\frac{1}{4}$ Procent nebst Zinseszinsen angelegt ist, und er am Ende eines jeden Jahres erst die treffende gleiche Summe empfangen soll?

Aufl. In jedem Jahre 2791,95 fl., also in allen 6 Jahren 16751,7 fl.

725. Ein reicher Bürger schießt dem Stadtmagistrate 40000 fl. vor, wofür ihm dieser den Stadtzoll bewilligt, der sich jährlich auf 1800 fl. beläuft. Wie viele Jahre kann der Bürger Zolleinehmer sein, wenn die Interessen zu 4 Procent und Zinseszinsen gerechnet werden?

Aufl. 56,022 Jahre.

726. Ein Vater schickt seinen Sohn nach London und ertheilt

ihm die Erlaubniß, von dem an der dortigen Bank zu 4 Procent nebst Zinseszinsen anliegenden Capitale, das gegenwärtig 9003 fl. 2 kr. (9003 Thlr. 1 Sgr.) betrage, jährlich 1500 fl. (Thlr.) verbrauchen und so lange in London bleiben zu dürfen, bis auf diese Art das ganze Capital, dessen Raten ihm am Ende jeden Jahres ausbezahlt werden, verzehrt ist. Wie viele Jahre konnte nun der Sohn in London sich aufhalten?

Aufl. 7 Jahre.

§. 18.

Aufgaben über Combinationslehre und über Wahrscheinlichkeits-Rechnung.

a. Ueber Permutationen.

727. Wie oft lassen sich m — z. B. 10 — verschiedene Elemente unter sich versetzen?

Aufl. Bezeichnet man die Anzahl der hier möglichen Versetzungen durch nP_m, so kommt diese dem Produkte der ersten m (hier 10) natürlichen Zahlen gleich, so daß

allgemein $nP_m = 1.2.3.4\dots.m$

und speciell $nP_{10} = 1.2.3.4.5.6.7.8.9\ 10. = 3628800$ ist.

728. Wie oft lassen sich die fünf Vokale a, e, i, o, u, unter sich versetzen?

Aufl. 120mal.

729. Wie oft lassen sich die 8 Noten einer Octav in einer andern Ordnung absingen?

Aufl. 40320mal.

730. Wie oft können 9 Personen bei Tische die Ordnung der Plätze unter sich verwechseln?

Aufl. 362880mal.

731. Wie viele verschiedene Versetzungen geben die 25 Buchstaben des deutschen Alphabetes?

Aufl. 15 511 210 043 330 985 984 000 000 Versetzungen.

Würde man auf jede Octavseite eines Druckbogens 50 Zeilen und in jede Zeile zwei solche Versetzungen drucken, so würden für sämmtliche Versetzungen 1 938 901 255 416 373 248 Ballen Druckpapier nöthig sein.

Nimmt man ferner an, daß ein Druckbogen so groß als drei Pariser-Quadratfuß sei, so würde man mit diesen Bogen mehr als sechs Millionen Kugeln von der Größe unserer Erde damit überdecken können.

732. Wie oft könnte man die acht Täkte des ersten Theiles eines Walzers in einer andern Ordnung spielen, wenn man immer mit dem ersten Takte anfängt und mit dem achten aufhört?

Aufl. 720mal.

733. Wie oft könnte eine Gesellschaft von sechs Damen und sechs Herren in verschiedener Ordnung sich zu Tische setzen, so daß immer auf eine Dame ein Herr folgte?

Aufl. 1036800mal.

734. Wie viele verschiedene zehnzifferige Zahlen lassen sich aus den neun arabischen Ziffern nebst der Nulle bilden?

Aufl. 3265920 verschiedene zehnzifferige Zahlen

735. Wie oft lassen sich m Elemente, unter welchen von einer Art p und von einer andern q gleiche Elemente sich befinden, unter sich versetzen?

Aufl. Da hier einige Elemente gleich oder dieselben sind, so wird dadurch die Anzahl der für m verschiedene Elemente möglichen Versetzungen so oftmal vermindert, als das Produkt aus 1.2.3....p × 1.2.3...q Einheiten hat; daher ist hier allgemein:

$$nP\frac{m}{p,q} = \frac{1.2.3.4....m}{1.2.3..p \times 1.2.3..p}.$$

736. Wie oft können zwei gleiche weiße, drei gleiche schwarze und vier gleiche rothe Kugeln hinter einander, jedesmal in einer andern Ordnung gelegt werden?

Aufl 1260mal.

737. Wie oft lassen sich die Buchstaben von dem Worte **imperium** permutiren?

Aufl. 10080mal.

738. Wie viele verschiedene fünfzifferige Zahlen lassen sich aus den Ziffern der Zahl 32252 bilden.

Aufl. 20 verschiedene fünfzifferige Zahlen.

739. Jemand hat fünf verschiedene Aepfel und zwei a) gleiche, b) verschiedene Birnen. Wie oft kann er diese Früchte in einer

andern Ordnung aufstellen, wenn immer die Birnen zuerst neben einander gelegt werden?

Aufl. Bei a) 120mal und bei b) 240mal.

740. Wie viele verschiedene fünfzifferige Zahlen können aus den Ziffern der Zahl 40454 gebildet werden?

Aufl. Nur 16 solche Zahlen.

741. Wie viele verschiedene siebenzifferige Zahlen lassen sich aus den Ziffern der Zahl 2204303 bilden?

Aufl. 450 solche Zahlen.

b. Ueber Combinationen.

742. Wie viele Gruppen, von welchen jede p (z. B. 4) Elemente enthält, lassen sich aus m verschiedenen Elementen bilden?

Aufl. Da hier Gruppen von je p Elementen verlangt werden, so hat man Verbindungen zur p^{ten} Classe zu bilden, deren Anzahl sich allgemein durch folgende Formel ergibt:

$$nC\frac{m}{p}=\frac{m\,(m-1)\,(m-2)\ldots\ldots(m-p+1)}{1.\quad 2\quad 3.\quad\ldots\quad p}.$$

Verlangt man also z. B. Quaternionen oder Verbindungen zur 4ten Classe, so ist $p=4$, daher

$$nC\frac{m}{4}=\frac{m\,(m-1)\,(m-2)\,(m-3)}{1.\quad 2.\quad 3.\quad 4}.$$

743. Auf wie vielerlei Arten kann man 15 verschieden gefärbte Kugeln in Häufchen von 4, 5 und 6 Kugeln abtheilen?

Aufl. Macht man aus den 15 Elementen alle Verbindungen zur sechsten und aus neun Elementen alle Verbindungen zur fünften Classe, so gibt das Produkt aus beiden die verlangte Anzahl, nämlich:

$$\frac{15.\,14.\,13.\,12.\,11.\,10}{1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6}\times\frac{9.8.7.6.5}{1.2.3.4.5}=630630 \text{ Arten.}$$

Statt dessen kann man auch die 15 Elemente zur vierten und eilf Elemente zur fünften Classe verbinden und das Produkt von beiden angeben, so daß man erhält:

$$\frac{15.14.13.12}{1.\ 2.\ 3.\ 4} \times \frac{11.10.9.8.7}{1.\ 2.\ 3.4.5} = 630630 \text{ Arten.}$$

744. Wie oft können 64 Mann, jedesmal in einer andern Ordnung, 8 Mann hoch aufmarschiren?

Aufl. 4 426 165 368mal.

745. Wie viele verschiedene dreizifferige Zahlen lassen sich aus den neun arabischen Ziffern, ohne daß eine sich wiederholt, bilden?

Aufl. 84 solche Zahlen.

746. Ein Fürst, welcher stets vierspännig fährt, hat 48 Wagenpferde. Wie oft könnte er ausfahren, ohne je dieselben vier Pferde anspannen zu lassen?

Aufl. 194580mal.

747. Wie viele Ambo, Terno und Quaterno sind bei 45 Elementen möglich?

Aufl. 990 Ambo, 14190 Terno und 148995 Quaterno.

748. Wie viele Terno und Quinterno geben 8 Elemente?

Aufl. 56 Terno, sowie 56 Quinterno.

749. Auf wie vielfache Weise können 30 verschiedene Kugeln in zwei Häufchen abgetheilt werden, wenn das eine jedesmal 21 und das andere 9 enthalten soll?

Aufl. Auf 14 307 150fache Art.

750. Wie viele verschiedene Blumen-Bouquets lassen sich aus zwanzig verschiedenen Blumen machen, wenn jedes Bouquet aus 15 verschiedenen Blumen bestehen soll?

Aufl. 15504 Bouquets.

751. Wie viele verschiedene Spiele sind bei 32 Karten für zwei Spieler möglich, wenn jedesmal ein Spieler 8 Karten erhält und 16 liegen bleiben?

Aufl. 7 735 904 619 300 Spiele.

752. Wie viele verschiedene Spiele sind bei den 36 Karten im deutschen Tarokspiele für einen Spieler schon bei der Kartenvertheilung möglich, da jedem der drei Spieler eilf Karten gegeben werden und drei liegen bleiben?

Aufl. 974 802 747 606 105 600 Spiele.

753. Im Hombre-Spiele werden 40 Karten so ausgetheilt,

daß jeder der drei Spieler neun Karten erhält, und 13 als Talon übrig bleiben. Wie viele verschiedene Spiele sind hier für einen Spieler beim Austheilen der Karten möglich?

Aufl. 2 742 051 789 669 912 720 000 Spiele.

754. Wie viele gerade Linien sind zwischen zehn Punkten möglich?

Aufl. 45 gerade Linien.

755. Wie viele (sich durchkreuzende) Diagonalen kann man in einer ebenen Figur von 24 Seiten ziehen?

Aufl. 252 Diagonalen.

756. Man hat von einem Punkte einer geraden Linie aus auf einer Seite derselben vier gerade Linien gezogen. Wie viele hohle Winkel wurden dadurch gebildet?

Aufl. 14 hohle Winkel.

757. Es sollen 17 verschiedene Silbermünzen unter 4 Personen so vertheilt werden, daß die erste 5, die zweite 4, die dritte 2 und die vierte 6 bekommen soll. Auf wie vielfache Weise kann die Austheilung geschehen?

Aufl. Auf 85 765 680fache Weise.

c. Ueber Variationen.

758. Wie viele Verbindungen und Versetzungen kann man aus m Elementen zur p^{ten} Classe bilden, ohne daß ein Element wiederholt wird?

Aufl. Da hier außer den Verbindungen auch noch Versetzungen vorkommen, so wird die Anzahl der Combinationen, welche die m Elemente zur p^{ten} Classe nach Aufg. 742 geben, so vielmal vergrößert, als jede Verbindung Permutationen für sich zuläßt, hier also um das 1.2.3....p fache; daher heißt die Formel:

$$n V \frac{m}{p} = m(m-1)(m-2)\ldots(m-p+1).$$

759. Wie groß ist die Anzahl der Variationen, welche m Elemente zur p^{ten} Classe geben, wenn sich die Elemente selbst wiederholen dürfen?

Aufl. Da hier auch noch die Wiederholung der Elemente gestattet ist, so drückt sich die Anzahl der Variationen durch folgende Formel aus:

$$n V \frac{m}{p} = m^p.$$

760. Wie viele Würfe sind mit zwei gewöhnlichen Würfeln, ohne einen Pasch — d. i. zwei gleiche Augenzahlen — einzurechnen, möglich?

Aufl. 30 Würfe.

761. Wie viele Würfe sind mit fünf Würfeln, ohne daß gleiche Augen vorkommen, möglich?

Aufl. 720 Würfe.

762. Wie viele Würfe überhaupt sind mit vier Würfeln möglich?

Aufl. 1296 Würfe.

763. Wie viele zwei- und dreizifferige Zahlen lassen sich mit den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 und zwar a) ohne, b) mit Wiederholungen schreiben?

Aufl. Diese sechs Ziffern geben a) ohne Wiederholungen 30 zwei- und 120 dreizifferige Zahlen; b) mit Wiederholungen geben sie 36 zwei- und 216 dreizifferige Zahlen.

764. Ein gewisser Telegraph besteht aus einer Säule, an welcher sechs gleiche, paarweise in verschiedener Höhe angebrachte, Arme sich befinden, von denen jeder vier verschiedene Lagen einnehmen kann. Wenn nun jede Figur, welche durch die mannigfaltigen Stellungen der sechs Arme hervorgebracht werden kann, ein Wort bedeuten würde; wie viele verschiedene Wörter hätte diese Telegraphensprache?

Aufl. 4096 Wörter.

d) Ueber Wahrscheinlichkeitsrechnung.

765. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei gewöhnlichen Spielwürfeln die drei Fünfer zu werfen?

Aufl. Man bezeichnet die Wahrscheinlichkeit (w) durch einen Bruch, dessen Zähler die dem Spieler günstigen und dessen Nenner alle hier möglichen Fälle ausdrückt; daher ist, da in unserm Falle 216 Würfe gleich möglich sind, unter welchen ein einziger mit den drei Fünfern sich befindet, die Wahrscheinlichkeit:

$$w = \frac{1}{216};$$

d. h. unter 216 Würfen **kann** man einmal den verlangten machen.

766. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln zuerst 9 und darauf sogleich 3 Augen zu werfen?**

Aufl. Die Wahrscheinlichkeit für den ersten Wurf ist $\frac{4}{36}$ und die für den zweiten $\frac{2}{36}$, daher ist die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit, zuerst 9 und dann im nächsten Wurfe 3 zu werfen, dem Produkte der beiden einfachen Wahrscheinlichkeiten gleich, also hier:

$$w = \frac{4}{36} \cdot \frac{2}{36} = \frac{1}{162}.$$

767. **Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit 2 Würfeln auf den ersten Wurf 8, oder, wenn dieß nicht gelingen sollte, doch auf den zweiten Wurf 8 Augen zu werfen?**

Aufl. Bezeichnet man allgemein mit w_1 die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens des ersten und mit w_2 die Wahrscheinlichkeit des Eintreffens des zweiten Falles, und die Wahrscheinlichkeit, daß, wenn der erste Fall nicht, aber doch der zweite alsdann sich ereigne, mit w, so ist allgemein $w = 1 - (1 - w_1)(1 - w_2)$; mithin hier, wo die Wahrscheinlichkeit für den ersten Wurf, so wie für den zweiten, an und für sich $\frac{5}{36}$ ist,

$$w = 1 - \left(1 - \frac{5}{36}\right)\left(1 - \frac{5}{36}\right) = \frac{335}{1296};$$

d. h. unter 1296 möglichen Fällen befinden sich 335 günstige.

768. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei Würfeln 17 Augen zu werfen?

Aufl. Sie beträgt $\frac{1}{72}$.

769. Unter wie vielen Würfen kann man bei vier Würfeln annehmen, daß irgend vier gleiche Augenzahlen auffallen?

Aufl. Unter 216 Würfen einmal.

770. Unter wie vielen Würfen kann man zwei bestimmte gleiche Felder nebst irgend einem ungleichen Felde mit drei Würfeln werfen?

Aufl. Unter 72 Würfen 5mal.

771. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei Würfeln ein Feld mit 5 Augen nebst irgend zwei gleichen andern Feldern zu werfen?

Aufl. Sie ist $\frac{5}{72}$.

772. Unter wie vielen Würfen ist es wahrscheinlich, daß man mit drei Würfeln zwei gleiche Felder nebst einem ungleichen werfe?

Aufl. Unter 12 Würfen 5mal.

773. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit drei Würfeln die vier, fünf und sechs Augen zugleich zu werfen?

Aufl. Sie ist $\frac{1}{36}$.

774. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln a) 11; b) 9 und c) entweder 11 oder 9 Augen zu werfen?

Aufl. Bei a) $\frac{1}{18}$; bei b) $\frac{2}{18}$ und bei c) $\frac{1+2}{18} = \frac{1}{6}$.

775. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln dreimal hintereinander 8 Augen zu werfen?

Aufl. $\left(\frac{5}{36}\right)^3$ oder $\frac{125}{46656}$.

776. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln zuerst 6, dann 7 und dann 8 unmittelbar hintereinander zu werfen?

Aufl. Sie ist $\frac{25}{7776}$.

777. In einer Urne befinden sich 30 weiße und 20 schwarze Kugeln, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, auf den ersten Griff eine weiße zu erhalten?

Aufl. Sie ist $\frac{3}{5}$.

778. In einer Urne befinden sich 3 weiße und 5 schwarze,

in einer andern Urne 7 weiße und 5 schwarze Kugeln. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, aus einer dieser Urnen sogleich eine schwarze Kugel zu ziehen?

Aufl. Sie ist $\left(\frac{5}{8}+\frac{5}{12}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{25}{48}$.

779. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln auf den ersten Wurf 10, oder im Falle des Mißlingens, doch auf den zweiten Wurf 9 zu werfen?

Aufl. Sie ist $\frac{5}{27}$.

780. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit im gewöhnlichen **Lotto di Genua** a) einen Auszug (**Estratto**); b) einen Ambo; c) einen Terno; d) einen Quaterno und e) einen Quinterno zu treffen?

Aufl. Bei a) $\frac{1}{18}$; bei b) $\frac{2}{801}$; bei c) $\frac{1}{11748}$; bei d) $\frac{1}{511038}$; und bei e) $\frac{1}{43949268}$.

Im Verlage der **Matth. Rieger'schen** Buchhandlung in Augsburg ist erschienen und in allen angesehenen Buchhandlungen vorräthig:

Lehrbuch
der Landwirthschaft

zum Gebrauch

in Landwirthschafts- und Gewerbsschulen und zum Selbstunterricht

von

Dr. Raimund Veit,

Vorstand der kgl. Staatsgüter-Administration und Direktor der landwirthschaftlichen Centralschule zu Schleißheim.

Gr. 8. 37 Bogen. Mit drei lithographirten Tafeln und einer Tabelle zur Reduction der Maaße, Gewichte u. Münzen mehrerer deutschen Länder.

Zweite vermehrte Auflage.

Preis 2 fl. oder 1 Thlr. 8 ggr.

Zur Empfehlung dieses Werkes dürfte die Nachricht genügen, daß der Verfasser zu dessen Bearbeitung von Seiten der allerhöchsten Stelle die Veranlassung erhalten hatte, und daß dasselbe in den Landwirthschafts- und Gewerbsschulen Bayerns sogleich als Lehrbuch eingeführt wurde, wodurch die erste Auflage so raschen Absatz fand, daß innerhalb zwei Jahren diese zweite Auflage nöthig wurde. Es verbreitet sich über alle Zweige der Landwirthschaft und gibt das Resultat der bewährtesten Erfahrungen in einem verständlichen, bündigen Vortrag; daher es auch für jeden ausübenden Landwirth, für den Bauern, wie für den Gebildeten, zum Handbuch dienen kann. Die Verlagshandlung hat in der Voraussetzung eines fernern raschen Absatzes abermals einen ungewöhnlich niedern Preis gestellt, um auch den weniger Bemittelten, besonders Schülern der Gewerbsschulen, die Anschaffung dieses reichhaltigen Werkes möglich zu machen.

Handbuch

der

Landgüter-Verwaltung,

oder der

Einrichtungs- und Betriebs-Kunde

des landwirthschaftlichen Gewerbes.

Von

Dr. Raimund Veit,

Vorstand der kgl. Staatsgüter-Administration und Direktor der landwirthschaftlichen Centralschule zu Schleißheim.

Gr. 8. Drei starke Bände mit vielen Tabellen. 6 fl. oder 4 Thlr.

Dieses aus einer langjährigen praktischen Erfahrung hervorgegangene Werk hat in den angesehensten Landwirthschafts-Zeitschriften die allervortheilhafteste Beurtheilung gefunden, und verbreitet sich nun auch im Auslande in demselben Maaße, als der Herr Verfasser im Inlande längst bekannt und geschätzt war. Dasselbe behandelt alle Betriebszweige der Landwirthschaft mit solcher Gründlichkeit und Vollständigkeit, in einem so deutlichen Vortrage, daß man auf jeder Seite den denkenden, theoretischen und praktischen Landwirth erkennt. Jeder Oekonom und Gutsbesitzer wird vielen Nutzen aus dem Studium dieses Werkes ziehen.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Pollak, Franz Xaver

Sammlung arithmetischer und algebraischer Aufgaben

Bd.: 2

Augsburg 1845 - 1850

Math.p. 432 db-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10082588-9